

DEZVOLTAREA ABILITĂȚILOR INTELECTUALE LA ELEVI PRIN REZOLVAREA PROBLEMELOR CU PARAMETRI

Ozkan TURAN, doctorand

<https://orcid.org/0000-0002-4571-2015>

UPS „Ion Creangă” din Chișinău

Rezumat. În contextul modernizării educației în învățământul preuniversitar, problema formării și dezvoltării abilităților intelectuale a personalității elevului devine deosebit de relevantă. În articol se prezintă un punct de vedere versus rezolvarea problemelor cu parametri în dezvoltarea abilităților intelectuale în învățarea matematicii.

Cuvinte-cheie: Abilități intelectuale, probleme cu parametri, rezolvarea problemelor, activități de cercetare, educație intelectuală, formarea abilităților intelectuale.

DEVELOPING INTELLECTUAL SKILLS IN STUDENTS THROUGH SOLVING PROBLEMS WITH PARAMETERS

Abstract. In the context of the modernization of education in pre-university education, the problem of the formation and development of intellectual abilities of the students personality becomes especially relevant. In the article is presented one point of view versus solving problems with parameters in the development of intellectual abilities in learning mathematics.

Keywords: intellectuall abilities, problems with parameters, problem-solving, research activities, intellectual education, formation of intellectual abilities.

Introducere

Criza mondială modernă a lumii globalizate se caracterizează prin schimbări a caracterului concurenței în economie, politică și inovație pe fondul *supraproducției informaționale*, care schimbă umanitatea. În întreaga istorie a omenirii nu s-a găsit încă o modalitate de a dezvolta capacitățile intelectuale de bază ale unei persoane care să nu se axeze în cel mai semnificativ mod pe un sistem construit în baza educației matematice. Cel mai important mijloc de formare a unei culturi matematice înalte a elevului este activarea predării matematicii, organizarea și gestionarea eficientă a activităților educaționale în procesul de rezolvare a problemelor matematice.

Dezvoltarea intelectuală a personalității elevului este una dintre cele mai importante discursuri științifice la etapa actuală de dezvoltare a societății. Este cunoscut faptul că *capacitățile intelectuale de bază se formează prin dezvoltarea abilităților intelectuale*.

Problema formării abilităților intelectuale care stau la baza tuturor activităților de învățare este destul de relevantă în învățământul preuniversitar. Problemele cu parametri prezintă un instrument important în formarea și dezvoltarea abilităților intelectuale [3].

Abilitățile intelectuale sunt acțiuni mintale prin care se realizează cunoașterea: operații de analiză, sinteză, comparare, deducere, inducție. De asemenea abilitățile

intelectuale includ tehnici de memorare, reproducere, și reamintire a cunoștințelor, tehnici și metode corecte de acțiune în soluționarea problemelor.

Procese cognitive sunt induse ca parte componentă a oricărei activități care asigură eficiența dezvoltării capacităților intelectuale ale elevilor. Inteligența la cel mai înalt nivel se manifestă prin vorbire, iar vorbirea devine intelectualizată. Acumularea și procesarea informațiilor utile pentru rezolvarea problemelor cu parametri sunt importante.

În psihologia cognitivă sunt identificate următoarele componente ale proceselor de procesare a informațiilor: 1) achiziție (percepție); 2) transformare (ordonare); 3) stocarea informației; 4) utilizarea informației. Particularitățile prelucrării informației în procesul de rezolvare a problemelor cu parametri confirmă experiența mentală acumulată și transformată în **abilități intelectuale de bază**. Procesul prelucrării informației și transformării ei în abilități intelectuale se prezintă în Figura 1.

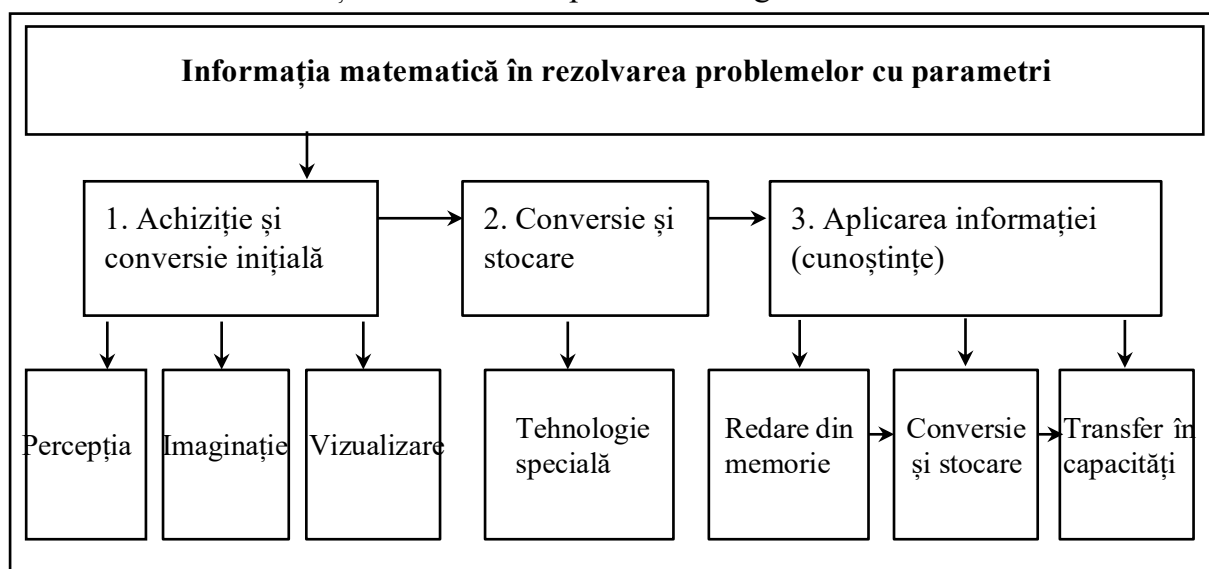


Figura 1. Procesul prelucrării informației matematice în rezolvarea problemelor cu parametri

Transformarea, stocarea din punctul 1 și punctul 2 sunt total diferite. De la sine cunoștințele matematice și abilitățile nu pot determina nivelul de experiență mentală fără ca ele să fie folosite în condiții non-standard. Procesul transferului de cunoștințe în rezolvarea problemelor cu parametri se prezintă ca un *proces de mare valoare în formarea abilităților intelectuale de bază*. Prelucrarea și transformarea informațiilor are loc la fel cu ajutorul abilităților intelectuale achiziționate.

Abilitățile intelectuale de bază, adică capacitățile intelectuale, sunt îmbogățite în urma învățării matematicii (Figura 2).

Conținutul educațional al cursului de matematică școlară care necesită asimilat este volumul piramidei, în vârful căruia se află gestionarea procesului de îmbogățire a experienței mentale, baza piramidei, este experiența mentală care prezintă esența formării intelectuale a elevului. Drept rezultat al educației intelectuale servesc abilitățile intelectuale formate, care permit elevului să-și gestioneze propria activitate intelectuală și să se asigure

că învață conținutul cursului de matematică școlară la nivelul pe care l-a ales, îl determină ca disponibil pentru autoeducare, adică devine subiect al activității educaționale.

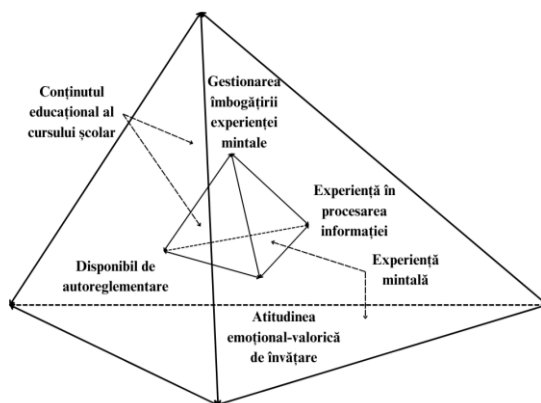


Figura 2. Model de educație intelectuală a elevilor prin învățarea matematicii după Bojencova [6]

Pentru rezolvarea problemelor cu parametri este necesar formarea abilităților:

- **Abilități care dezvoltă capacitatea de a modela și procesa informația** utilă în rezolvarea problemelor cu parametri

L. Fridman a observat că utilizarea prescripțiilor ca modele în practica predării matematicii este subestimată. La construirea acestor modele este recomandabil să se utilizeze o metodă teoretică și experimentală luând în considerație analiza tipurilor de activitate existente pentru rezolvarea problemei de anumit tip. Fridman propune trei metode de soluționare a problemelor non-standard sau cu parametri prezentate în figura 3.

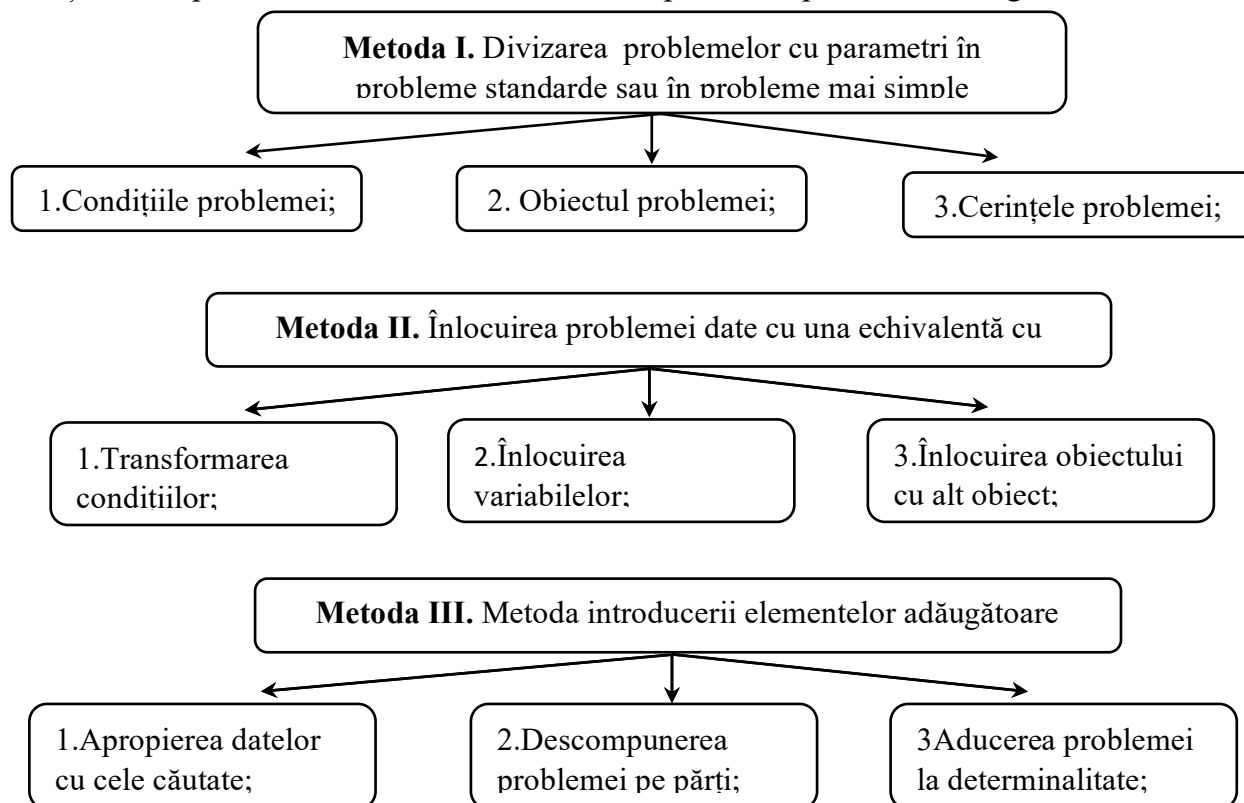


Figura 3. Metode de soluționare a problemelor cu parametri (după Фридман) [7]

➤ Фридман Л. А constată că pentru rezolvarea problemelor cu parametri, în cursul de matematică nu există reguli generale care afirmă rezolvarea. Mulți matematicieni au elaborat un șir de recomandări care pot fi utile în rezolvarea problemelor cu parametri. Aceste reguli, recomandări sunt numite reguli euristice.

La efectuarea unei activități intelectuale apare un raport dinamic diferit al componentelor euristice și non-euristice ale procesului de rezolvare a problemelor. Procedeele euristice bine verificate se pot transforma în algoritmi de rezolvare a problemelor la matematică. Acest model se alcătuiește, se experimentează și în caz de necesitate se mai modifică.

Pentru rezolvarea problemelor cu parametri profesorului i se propune:

- Să identifice componentele structurale ale metodei generale de rezolvare a problemei cu parametri;
- Stabilirea legăturii de relație între componentele structurale ale metodei;
- Determinarea ordinii acțiunilor care alcătuiesc activitatea de aplicare a metodei;
- Reconstruirea sau construirea unui model adecvat problemei date.
- ***Abilități care dezvoltă capacitatea de raționament inductiv și deductiv a informațiilor*** utile în soluționarea problemelor cu parametri

Abilitățile care dezvoltă capacitatea de raționament inductiv și deductiv sunt acele activități care au ca rezultat formularea unei judecăți. O caracteristică de bază a abilităților care dezvoltă capacitatea de raționament inductiv și deductiv din punct de vedere a conținutului lor este utilizarea unui set de operațiuni mentale de bază: analiză, sinteză, comparare, generalizare etc. Formularea judecăților prezintă o abilitate intelectuală importantă și necesară pentru ca elevii să asimileze cu succes rezolvarea problemelor de cercetare.

- ***Abilități care dezvoltă capacitatea de a înțelege, a gândi, a memora***

Înțelegerea și expresia (sugestia, enunțul) stau la baza tuturor cunoștințelor, expresia este un analog activ al înțelegerii pasive.

Gândirea prezintă un proces cognitiv creativ care generalizează și reflectă indirect relațiile obiectelor și fenomenelor, legile lumii obiective. Pentru a studia elevul trebuie să fie capabil de a *generaliza, a abstractiza, a raționaliza, a demonstra*.

Memoria este una dintre condițiile necesare pentru dezvoltarea abilităților intelectuale. Elkonin, caracterizând memoria adolescenților, a scris că ea devine ***gândire***. Procesul de memorare se reduce la gândire, la stabilirea relațiilor logice în materialul memorat, iar amintirea constă în restabilirea în funcție de aceste conexiuni între concepte și fenomene.

- ***Abilități de înaintare a ipotezelor și de verificare a lor***
- ***Abilități de apreciere a rezultatelor obținute***
- ***Abilități intelectuale de cercetare în rezolvarea problemelor cu parametri***

Abilitățile intelectuale de cercetare se referă la o activitate asociată cu rezolvarea unei probleme de cercetare cu o soluție necunoscută anterior. Aceste probleme se potrivesc cu rezolvarea problemelor cu parametri. Cercetarea este una dintre noile direcții metodologice în procesul de învățământ preuniversitar. Ea implică studiul științific al unui subiect.

În practica școlară se folosesc două tipuri de activități de cercetare:

- *Cercetarea științifică* – preconizează dobândirea cunoștințelor despre lumea din jurul nostru;
- *Cercetarea educațională* – preconizează modul universal de dobândire a cunoștințelor.

Relevanța cercetării constă în descoperirea unor modalități de utilizare sistematică a cercetării în procesul de predare a matematicii prin rezolvarea problemelor.

Problemele cu parametri din start sunt probleme cu caracter exploratoriu, asociat cu semnificația lor metodologică.

Rezolvarea problemelor cu parametri joacă un rol deosebit în dezvoltarea abilităților de cercetare. Activitatea de cercetare necesită respectarea anumitor etape: formularea problemei; cercetarea informației la temă; alegerea metodelor de cercetare; selecționarea informațiilor proprii; analiza rezultatelor obținute; formularea concluziilor.

Activitățile creative și de cercetare fac parte din activitățile productive, care pot fi descrise schematic după cum urmează în Figura 4.

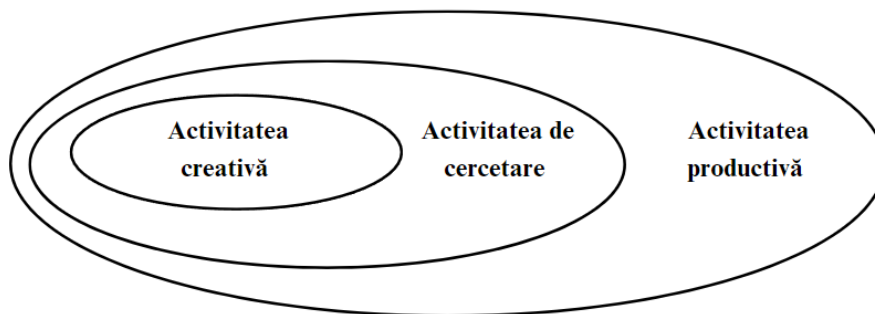


Figura 4. Structura activității productive

Productivitatea include activitatea creativă considerată ca parte integrală a activității productive de rezolvare a problemelor cu parametri.

La rezolvarea problemelor cu parametri o *deosebită atenție se acordă clasificării acestor probleme*, deoarece în unele situații clasificarea problemelor cu parametri, tipul de situație problematică presupune metoda de soluționare. În continuare vom prezenta unele variante de clasificare a problemelor cu parametri. Далингер В. clasifică problemele cu parametri în patru mari clase de probleme:

1. Ecuații, inecuații și sistemele lor care trebuie rezolvate pentru orice valoare a parametrului sau pentru valorile parametrilor care aparțin unei mulțimi date.
2. Ecuații, inecuații și sistemele acestora, pentru care este necesar să se determine numărul de soluții în funcție de valoarea parametrului.

3. Ecuații, inecuații și sistemele acestora, pentru care să se găsească toate acele valori ale parametrului pentru care ecuațiile indicate (sisteme, inegalități) au un număr dat de soluții.
4. Ecuații, inecuații și sisteme ale acestora, pentru care valorile dorite ale parametrului, setul de soluții satisface condițiile date în domeniul definiției.

Noi am selectat mai multe caracteristici pentru sistematizarea problemelor cu parametri care sunt prezentate în Figura 5 [5].

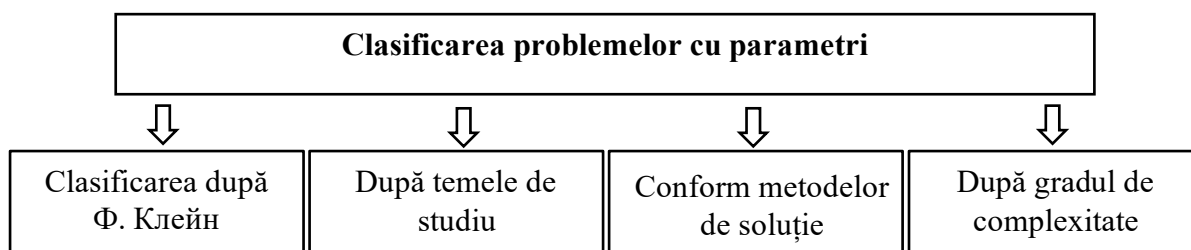


Figura 5. Unele criterii de clasificare a problemelor cu parametri

- Клейн Ф. clasifică problemele *după numărul de parametri*:
 1. Ecuație care conține un singur parametru.
 2. Ecuație care conține doi parametri.
 3. Ecuație care conține trei parametri[5].
- Мирошин В. *clasifică problemele cu parametri conform condițiilor, după subiectele ce urmează a fi studiate și după gradul de dificultate*: Conform afirmației problemei ele se împart:
 1. Probleme, care se încep cu condițiile: *rezolvă* sau *rezolvați*;
 2. Probleme, care se încep cu condițiile: *găsește* sau *găsiți*.
- *Clasificarea pe temele de studiu*:
 1. Ecuații liniare și funcții liniare;
 2. Ecuații pătrate și funcții pătrate;
 3. Polinoame. Ecuații întregi și inecuații, sisteme de ecuații și inecuații;
 4. Ecuații raționale fracționare și inecuații, sisteme de ecuații și inecuații;
 5. Ecuații iraționale și inecuații, sisteme de ecuații și inecuații;
 6. Ecuații exponențiale și inecuații, sisteme de ecuații și inecuații;
 7. Ecuații logaritmice și inecuații, sisteme de ecuații și inecuații;
 8. Ecuații trigonometrice și inecuații, sisteme de ecuații și inecuații;
 9. Ecuații și inecuații combinate, sisteme de ecuații și inecuații;
 10. Derivate ale funcției elementare și utilizarea lor;
 11. Probleme geometrice.
- *Clasificarea conform metodelor de rezolvare*. Metodele de rezolvare pot fi individuale și generale; algebrice și geometrice.
- *Clasificarea după gradul de complexitate* [4].

Activitatea de bază în cadrul orelor de matematică este rezolvarea problemelor-una din cele mai sigure căi ce duce la dezvoltarea gândirii, imaginației, atenției și spiritului de observație al elevilor. Această activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacitățile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilitățile psihice, în special inteligența.

Privitor la importanța rezolvării problemelor în învățarea matematicii, Polya afirma că *rezolvarea problemelor a stat la baza învățământului matematic din cele mai vechi timpuri*, și la fel scria: „Dacă doriți să rezolvați o problemă trebuie ... să rezolvați probleme”.

În matematică, nu există reguli generale, metode și strategii didactice pentru rezolvarea oricărei probleme, în special a problemelor cu parametri, deoarece astfel de probleme sunt într-o oarecare măsură unice. Fiecare etapă de rezolvare a problemelor cu parametri prezintă o provocare a intelectului și generează necesitatea de realizare și depășire a tuturor obstacolelor în dezvoltarea capacităților intelectuale.

Scopul cercetării constă în *evidențierea și aplicarea abilităților intelectuale în rezolvarea problemelor cu parametri la lecțiile de matematică*.

Metode aplicate

Drept metode utilizate pe tot parcursul efectuării experimentului putem considera: *chestionarea elevilor* aplicată cu scopul colectării informației despre nivelul de înțelegere a conceptelor matematice și modul în care acestea sunt aplicate în rezolvarea problemelor; *atitudinea elevilor față de rezolvarea problemelor cu parametri*; precum și *stabilirea nivelului de motivație a elevilor pentru învățarea matematicii*; *studierea documentației și bibliografiei* referitor la unele direcții științifice de aplicare a problemelor cu parametri în predarea matematicii în liceu; *analiza ponderii problemelor cu parametri* formulate în manualele școlare de algebră și geometrie; *cercetarea ponderii problemelor cu parametri din testele exersate pentru evaluarea elevilor la examenele de bacalaureat*; *testările* curente ale elevilor; *observarea și compararea comportamentului cognitiv*, a motivației pentru învățare, și a interesului elevilor față de rezolvarea problemelor cu parametri; *elaborarea unui set complex de probleme* cu parametri direcționate dezvoltării capacităților intelectuale ale elevilor prin studierea matematicii în liceu; aplicarea metodelor de rezolvare a problemelor cu parametri.

Din setul de probleme cu parametri, elaborate anterior pentru rezolvare vă propunem următoarele probleme:

Problema 1. În paralelogramul $ABCD$ latura mai mare $|AB| = a$, iar latura mai mică $|BC| = b$. De aflat înălțimea ce corespunde laturii mai mari, dacă măsura unghiului ascuțit dintre diagonale, este egală cu α (Figura 6).

Rezolvând această problemă determinăm înălțimea $h = \frac{a^2-b^2}{2a} \operatorname{tg} \alpha$ (1) și aria paralelogramului $A_{ABCD} = \frac{a^2-b^2}{2} \operatorname{tg} \alpha$.

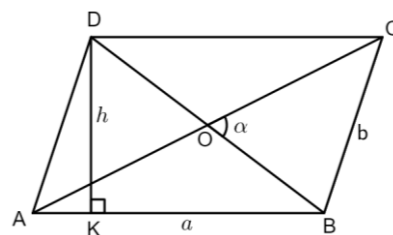


Figura 6.

Observăm, că partea dreaptă a expresiei (1) are sens pentru $0 < b < a$ și $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Apare întrebarea: oare pentru orice valori $a > 0$, $0 < b < a$ și $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ se poate construi un paralelogram cu laturile a, b și unghiul ascuțit dintre diagonale de mărimea α ?

Dacă introducem în (1), de exemplu, valorile $a = 5$, $b = 2$, $\alpha = 45^\circ$, determinăm $h = 2,1$. Astfel, am obținut, că în triunghiul dreptunghic AKD ipotenuza AD este mai mică decât cateta KD . Aceasta poate însemna doar una: paralelogram cu valorile date a, b, α nu există. În această situație ușor ne convingem, dacă luăm în vedere că aria paralelogramului nu poate să întrecă aria dreptunghiului, laturile căruia au aceleași lungimi. Prin urmare, $\frac{a^2-b^2}{2a} \operatorname{tg} \alpha \leq ab$, sau $0 < \alpha \leq \operatorname{arctg} \frac{2ab}{a^2-b^2}$. (2)

Așa dar, mărimile a, b, α nu pot fi arbitrare, independente una de alta, dar ele trebuie să satisfacă inegalității (2).

Răspuns: $\frac{a^2-b^2}{2} \operatorname{tg} \alpha$, unde $0^\circ < \alpha < \operatorname{arctg} \frac{2ab}{a^2-b^2}$.

Problema 2. O asociație agricolă a sădit n pomi situați în rânduri, iar în fiecare rând același număr de pomi. Dacă în fiecare rând se sădesc cu câte 3 pomi mai puțin, iar numărul rândurilor se mărește cu 4, atunci numărul pomilor în livadă rămâne același. Câte rânduri de pomi au fost sădite în livadă?

Soluție. Fie în livadă au fost sădite x rânduri de pomi, atunci în fiecare rând erau câte $\frac{n}{x}$ pomi. Dacă în fiecare rând se sădește cu 3 pomi mai puțin, atunci fiecare rând au fost sădiți $(\frac{n}{x} - 3)$ pomi, dar atunci numărul rândurilor va fi $x + 4$. Din condiția problemei, numărul de pomi nu s-a schimbat și deci:

$$\left(\frac{n}{x} - 3\right)(x + 4) = n \quad (1)$$

Transformând această ecuație, obținem:

$$x^2 + 4x - \frac{4n}{3} = 0 \quad (2)$$

Soluțiile ecuației (2) sunt: $x_1 = -2 - 2\sqrt{1 + \frac{n}{3}}$, $x_2 = -2 + 2\sqrt{1 + \frac{n}{3}}$

Să efectuăm cercetarea:

- a) Din condiția problemei x și n sunt numere naturale. Așa cum la micșorarea numărului pomilor în fiecare rând cu 3, numărul rândurilor s-a mărit cu 4, urmează că numerele

x și n sunt numere naturale pare, iar $\left(\frac{n}{x} - 3\right)$ este număr natural, adică $n > 3x$. Să observăm că $x \geq 2$, dar atunci $n \geq 6$.

b) Deoarece discriminantul ecuației (2) $D = \left(1 + \frac{n}{3}\right) > 1$, urmează că rădăcinile ecuației (2) sunt reale. Conform teoremei lui Viète, $x_1 x_2 = -\frac{4n}{3} < 0$; adică $x_1 < 0$ iar $x_2 > 0$.

c) $x_1 < 0$ nu satisface condițiile problemei, deoarece x trebuie să fie număr natural; $x_2 > 0$ satisface condiției problemei, dacă n este număr natural par, pentru care x_2 deasemenea este număr natural par. Aceasta este posibil doar în cazul când expresia $\left(1 + \frac{n}{3}\right)$ va fi un pătrat exact în mulțimea numerelor naturale.

Să notăm $1 + \frac{n}{3} = q^2$, unde q este un număr natural. Atunci:

$$n = 3(q^2 - 1) \text{ sau } n = 3(q - 1)(q + 1)$$

Din condiția problemei n este număr natural par nu mai mic decât 6. Deoarece $q - 1$ și $q + 1$ sunt simultan pare sau impare, atunci pentru q par, n va fi impar și prin urmare nu va satisface condițiile problemei, iar pentru q impar, n va fi număr par. Să notăm, $q = 2k + 1$, atunci $n = 12k(k + 1)$.

Așa cum $n \geq 6$, obținem: $12k(k + 1) \geq 6$; $k \geq 1$, adică $k = 1, 2, 3, \dots$

Prin urmare, pentru rezolvarea problemei date sunt posibile doar acele valori a numărului n care au forma $n = 12k(k + 1)$, unde $k = 1, 2, 3, \dots$

Răspuns: În livadă au fost sădite $-2 + 2\sqrt{1 + \frac{n}{3}}$ rânduri, unde

$n = 12k(k + 1)$, $k = 1, 2, 3, \dots$

Problema 3. Într-o piramidă triunghiulară regulată prin latura bazei este dus un plan perpendicular pe muchia laterală opusă. De aflat aria secțiunii obținute, dacă latura bazei este egală cu a , iar înălțimea piramidei este egală cu h (Figura 7).

Rezolvând problema, obținem:

$$A_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} |AB| \cdot |DM| = \frac{3a^2 h}{4\sqrt{a^2 + 3h^2}}.$$

Cercetarea. La prima vedere s-ar părea că totul este în regulă și din expresia obținută pentru aria secțiunii să alegem pe acele valori, pentru care aria este pozitivă.

Așa cum $a > 0$, $h > 0$, atunci într-adevăr $\frac{3a}{4\sqrt{a^2 + 3h^2}} > 0$.

Prin urmare, valoarea obținută pentru aria triunghiului ABM satisface condiției problemei. În realitate acest rezultat nu este complet.

Într-adevăr, să ne imaginăm că înălțimea piramidei h este foarte mică. În așa caz, planul ce trece prin latura AB , perpendicular pe dreapta SC , poate să nu intersecteze

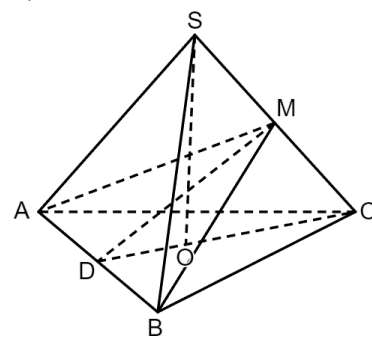


Figura 7.

segmentul $[SC]$. Să determinăm relația dintre parametrii a și h pentru care există secțiunea dată. Pentru aceasta cercetăm triunghiul CSD . Avem: $|CD| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$$|OD| = \frac{1}{3}|CD| = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ și } |OC| = \frac{2}{3}|CD| = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Dacă $m\angle CSD = 90^\circ$, atunci $h = |SO| = \sqrt{|OD||OC|} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$, iar în acest caz punctul M coincide cu punctul S și evident, secțiunea nu există.

Prin urmare, secțiunea dată există doar în cazul, când $0^\circ < m\angle CSD < 90^\circ$.

Așa dar, dacă $\{a > 0, h > 0, h > \frac{a\sqrt{6}}{6}\}$, adică $\{a > 0, h > \frac{a\sqrt{6}}{6}\}$,

atunci aria secțiunii căutate va fi egală cu $\frac{3a^2h}{4\sqrt{a^2+3h^2}}$.

Răspuns: $\frac{3a^2h}{4\sqrt{a^2+3h^2}}$, unde $a > 0, h > \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Dacă analizăm rezolvările problemele de mai sus ne convingem că soluționând astfel de probleme în mare măsură ele contribuie în dezvoltarea la elevi a abilităților intelectuale.

Rezultate și discuții

În cadrul monitorizării „Nivelului de predare-învățare-evaluare la disciplina matematică” elevilor din ciclul liceal li s-a propus un chestionar care a inclus întrebări cu privire la atitudinea lor față de rezolvarea de probleme cu parametri la lecțiile de matematică, la dificultățile întâlnite în rezolvarea problemelor, dacă aceste sarcini sunt necesare în examenul de matematică la susținerea bacalaureatului, la calitățile ce le dezvoltă cercetarea acest subiect, dacă studiază independent acest subiect și dacă el contribuie la dezvoltarea capacităților matematice.

Rezultatele chestionării aplicate denotă că 45% din respondenți menționează necesitatea și utilitatea rezolvării problemelor cu parametri la lecțiile de matematică; 10% din respondenți menționează că sunt capabili și chiar pasionați de a rezolva probleme cu parametri, 30% consideră că astfel de probleme dezvoltă abilități matematice, 40% întâlnesc greutăți la rezolvarea problemelor cu parametri 20% din elevi nu manifestă interes stabil față de acest subiect.

Analizând rezultatele chestionării aplicate și cele expuse mai sus observăm că rolul problemelor cu parametri în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii este unul decisiv în dezvoltarea intelectuală a elevului.

Un chestionar similar a fost propus și profesorilor de matematică care activează în acest liceu. În linii generale, ei sunt de acord în unanimitate, că rezolvarea problemelor cu parametri contribuie la dezvoltarea abilităților intelectuale de bază ale elevilor. Potrivit răspunsurilor oferite de profesori, acest subiect este o parte componentă a studiului cursului de matematică școlară.

La etapa inițială de evaluare, apreciere a nivelului de dezvoltare a abilităților intelectuale de cercetare în rezolvarea problemelor cu parametri am utilizat metoda observării (Tabelul 1).

Tabelul 1. Aprecierea nivelului de dezvoltare a abilităților de cercetare la rezolvarea problemelor cu parametri

Abilități de cercetare	G	I	S
Efectuează cercetarea problemei folosind procedeul: întrebare – răspuns.	Efectuează cercetarea, analizează condițiile problemei cu ajutorul profesorului.	Efectuează cercetarea, analizează independent condițiile problemei, dar solicită și ajutorul profesorului.	Analizează independent condițiile, verifică suficiența și insuficiența datelor din problemă, susține dialog cu profesorul.
Înaintarea și fundamentarea ipotezelor.	Formulează ipoteze cu ajutorul profesorului.	Formulează ipoteze, judecăți, alcătuiește modele de rezolvare cu ajutor dozat de către profesor.	Formulează independent judecăți, ipoteze, alege forma optimă de rezolvare a problemei cu parametri.
Analiza rezultatelor cercetării pe parcursul rezolvării problemei cu parametri.	Analizează rezolvarea problemei împreună cu profesorul.	Formulează independent concluzii, apreciază rezultatele cercetării împreună cu alți colegi sau cu profesorul.	Independent formulează concluzii, apreciază rezultatele, oferă opțiuni pentru dezvoltarea problemei.

În acest tabel se prezintă caracteristica abilităților de cercetare formate. Această apreciere este util de a fi efectuată după rezolvarea fiecărei probleme cu parametri. Simbolul nivelurilor: 1-Gidat de profesor (**G**), 2-inițiator (**I**), 3-strateg (**S**). Elevii repartizați pe nivelul 1(**G**) își dezvoltă abilitățile de cercetare direct cu ghidarea profesorului. Al doilea nivel (**I**) *presupune independență parțială* a elevului în dezvoltarea abilităților de cercetare. Nivelul trei (**S**), *presupune rezolvarea independentă, corectă. Rezolvarea sistematică* a problemelor cu parametri conduce la formarea și dezvoltarea abilităților intelectuale de cercetare.

Concluzii

În concluzie putem menționa faptul, că rezolvarea problemelor cu parametri oferă oportunități majore de formare și dezvoltare a abilităților intelectuale la elevi în procesul de învățare a matematicii. Materialul didactic elaborat cu forțele proprii prezintă o sursă importantă de probleme cu parametri utile în formarea și dezvoltarea abilităților de bază și poate fi dezvoltat, aplicat de cadrele didactice care activează în domeniu. Semnificația teoretică a cercetării constă în evidențierea conceptului legat de formarea abilităților intelectuale la elevi prin rezolvarea problemelor cu parametri la lecțiile de matematică.

Bibliografie

1. CALMUȚCHI, L. *Metodologia rezolvării ecuațiilor și inecuațiilor cu parametri*. Chișinău: UST, 2010. 221p.
2. CALMUȚCHI, L. TURAN, O. *Methodology for solving problems with parameters*. Chișinău: Ed. Pulsul Pieții, 2022. 159 p.
3. Curriculum Național. Matematica. Clasele X-XII. Ghid de implementare. Chișinău, 2020. 180 p.
4. LUPU, I. *Metodologia rezolvării problemelor de matematică cu un grad sporit de dificultate*. Chișinău: Prut Internațional, 2011.
5. МИРОШИН, В. *Решение задач с параметрами*. М: Издательство Экзамен, 2009. 286 с.
6. ДАЛИНГЕР, В. А. *Методика обучения математике поисково-исследовательская деятельность учащихся*. Москва: Издательство Юрайт, 2020. 460 с.
7. БОЖЕНКОВА, Л. И. *Интеллектуальное воспитание учащихся общеобразовательной школы при обучении геометрии: Монография*. Калуга: КПКУ, 2007. 224с.
8. ФРИДМАН, Л., ТУРЕЦКИЙ, Е. *Как научиться решать задачи*. Москва: Просвещение, 1984. 183 с.