ÎNVĂŢAREA PRIN REZOLVARE DE PROBLEME – UN FACTOR DETERMINANT ÎN FORMAREA CAPACITĂŢILOR INTELECTUALE ALE ELEVILOR

Ilie LUPU, doctor habilitat, profesor universitar, UST
Lilia CÎSSA, doctorandă, UST

Abstract. Problem solving and creativity represent heights of cognitive performance. Learning through problem solving is a variant of heuristics, a way to apply the theory of learning through discovery that contributes to the formation of the intellectual abilities of students. The orientation of the educational-teaching process towards the formation of intellectual abilities, ways of thinking, cognitive strategies, active-participatory training methods.

Rezumat. Rezolvarea de probleme şi creativitatea reprezintă culmi ale performanţei cognitive. Învăţarea prin rezolvarea de probleme este o variantă a euristicii, o modalitate de aplicare a teoriei învăţării prin descoperire care contribuie la formarea capacităţilor intelectuale ale elevilor. Orientarea procesului instructiv-educativ pe formarea de capacităţi intelectuale, mod de gândire, strategii cognitive, metode de instruire activ-participative.

Cuvinte-cheie: capacităţi intelectuale, valenţe formative, strategii cognitive, activitatea matematică, creativitate, performanţă cognitivă, descoperire, strategii euristice, proces psihologic, gândire, memorie, activitate mintală, invenţie, situaţie-problemă.

Puternic ancorată în realităţile contemporane şi cu implicaţii în toate domeniile, matematica zilelor noastre devine tot mai mult modelul spre care privesc cu încredere şi interes celelalte ştiinţe. Matematica a pătruns treptat din ce în ce mai mult în sfera conceptului de cultură generală şi de cultură de specialitate, lăsând puţine sectoare lipsite de prezenţa ei.

Semnificaţia şi importanţa teoretică şi practică a matematicii a crescut mereu, făcând din ea principalul obiect de instruire, materia cu necontestate valenţe formative.

În orice domeniu de activitate oamenii se confruntă cu probleme, unele rezolvându-le cu uşurinţă, altele asemănătoare cu cele pe care le vor întâlni ulterior în viaţa de zi cu zi, prin urmare, ei trebuie învăţaţi de pe băncile şcolii să deosebească situaţiile problematice, să poată să formuleze probleme, să caute pe cale euristică soluţii, să le rezolve. Această preocupare ar corespunde şi cu orientarea procesului instructiv-educativ pe formare de capacităţi intelectuale, moduri de gândire, strategii cognitive, prin metode de instruire activ-participative.

Învăţământul modern este un învăţământ de calitate, de mare eficienţă şi la această performanţă se poate ajunge prin utilizarea metodelor euristice şi metodelor de învăţare prin cercetare ele fiind eficace în ceea ce priveşte dezvoltarea capacităţilor intelectuale superioare precum: creativitatea, inventivitatea, capacitatea de analiză, aplicabilitatea, capacitatea de a rezolva probleme, atât de necesare omului de astăzi, pentru a conveţui într-o societate în continuă schimbare.

Rezolvarea de probleme şi creativitatea reprezintă culmi ale performanţei cognitive. Învăţarea prin rezolvarea de probleme (problem-solving) sau, altfel spus, prin explorarea alternativelor, este o variantă a euristicii, o altă modalitate, mai complexă de aplicare a teoriei învăţării prin descoperire.

Procesul de rezolvare a problemelor este văzut sub trei aspecte:

1) *Un proces de învăţare* în dublu sens: învăţare prin rezolvare de probleme, adică prin problematizare şi descoperire, sau rezolvare de probleme în sensul formării unor capacităţi intelectuale;
2) *Un proces de căutare* a celor mai potrivite metode şi procedee euristice menite să restrângă zona căutării euristice până la găsirea soluţiei. Aceste procedee o dată însuşite, ele se transformă sub forma strategiilor euristico-algoritmice în rezolvări de probleme înrudite;
3) *Un proces psihologic* care se bazează pe faptul că rezolvarea problemelor antrenează şi dezvoltă în cel mai înalt grad capacităţile intelectuale.

Menţionăm că capacităţile sunt mai larg aplicabile decât cunoştinţele. Capacităţile intelectuale şi procesele mentale sunt date permanente care nu se uită, însă păstrarea în memorie a cunoştinţelor au o durată relativ scurtă.

Datorită noilor tehnologii informaţionale şi de comunicare cunoştinţele sunt întotdeauna la dispoziţia celor care doresc să le aibă, în timp ce capacităţile intelectuale se câştigă greu.

Cunoştinţele obţinute contribuie la dezvoltarea gândirii şi a imaginaţiei, a capacităţilor şi atitudinilor intelectuale. Concomitent menţionăm că procesele intelectuale sunt mai complicate decât memoria şi raţiunea.

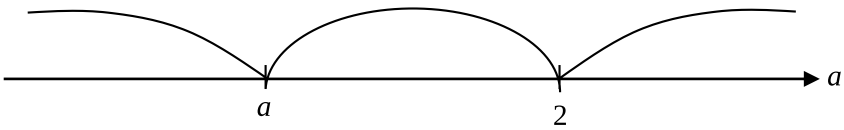
Totuşi însuşirea unor concepte fundamentale rămâne o sarcină prioritară în pregătirea de performanţă a elevilor.

Concomitent elevul trebuie înzestrat cu capacităţi intelectuale care să-i permită în perspectivă, să se adapteze noilor situaţii, fiind un sprijin al învăţării continue.

Teoria şi practica **învăţării prin descoperire** (discovery learning) reprezintă un ansamblu de procese complexe, bazate pe proceduri **euristice** şi de **cercetare** care-i determină pe elevi să rezolve ei înşuşi probleme.

1.Sărezolvămecuaţia $x^2 - 2|x-a| + 2|x-2| = 0.$

Fie $\boxed{a<2}$.



1) Dacă $x<a$, atunci ecuaţia dată ia forma:

$$x^2 - 2a + 4 = 0. \ (1)$$

sau $x^2 = 2(a-2) < 0,$ care nu are soluţii.

2) $a \le x < 2,$ atunci $x^2 - 4x + 2(a+2) = 0,$ (2)

care are soluţiile $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{-2a}.$

Este evident că x_1 şi x_2 vor fi numere reale numai atunci, când $a \le 0.$

Expresia $2 + \sqrt{-2a} \ge 2,$ ceea ce contrazice condiţiei $x < 2.$

Deci $x = 2 - \sqrt{-2a}.$ Să determinăm valorile parametrului $a < 2$ pentru care $2 - \sqrt{-2a} \ge a$ sau $4 - 2a + a^2 \ge 0,\ (a-2)^2 \ge 0$ – inegalitate adevărată pentru orice a, deci şi pentru $a < 0.$

Astfel pentru $a \le 0,\ x = 2 - \sqrt{-2a}.$

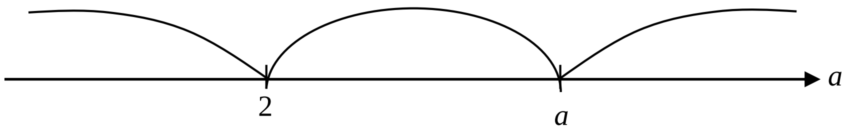
3) $x \ge 2,$ atunci ecuaţia ia forma:

$$x^2 - 2a - 4 = 0, \ (3)$$

De unde $x_{3,4} = \pm\sqrt{4-2a}.$ Deoarece $4 - 2a > 0$ pentru $a < 2,$ rezultă că x_3 şi x_4 sunt soluţii reale. Însă $x \ge 2.$ Deci ecuaţia (3) are soluţia $x = \sqrt{4-2a},$ care trebuie să verifice relaţia $\sqrt{4-2a} \ge 2$ sau $4 - 2a \ge 4,$ de unde $a \le 0.$

Astfel pentru $a \le 0,\ x = \sqrt{4-2a}.$

Fie $\boxed{a<2}$.



4) $x < 2,$ atunci $x^2 - 2a + 4 = 0$ (4), de unde $x_{5,6} = \pm\sqrt{2a-4}$ ambele reale deoarece $a \ge 2.$

Însă $x < 2$ şi de aceea, pentru ca soluţia pozitivă să verifice ecuaţia (4) este necesar ca $\sqrt{2a-4} < 2$ sau $a < 4.$ Deci, în acest caz $x = \pm\sqrt{2a-4},$ pentru $2 \le a < 4$ şi $x = -\sqrt{2a-4},$ pentru $a \ge 4.$

5) $2 \le x < a,\ x^2 + 4x - 2a - 4 = 0,$ (5) de unde $x_{7,8} = -2 \pm \sqrt{8+2a}$ ambele reale deoarece $a > 2.$

Însă $x = -2 - \sqrt{8+2a} < 0 < 2$ nu este soluţie a ecuaţiei (5); iar $x = -2 + \sqrt{8+2a}$ aparţine intervalului $2 \le x < a,$ pentru $a \ge 4.$

Astfel, pentru $a \ge 4,$ ecuaţia (5) are soluţia reală $x = -2 + \sqrt{8+2a}.$

6) $x \geq a,\ x^2 = 4 - 2a,$ care are soluţii reale numai pentru $a = 2,\ x = 0$ neacceptabilă deoarece $x \geq 2.$ Deci în acest caz ecuaţia nu are soluţii.

Răspuns: Pentru $a \leq 0,\ x \in \{2 - \sqrt{2a};\ \sqrt{4 - 2a}\};$

pentru $0 < a < 2,\ \varnothing;$

pentru $2 \leq a < 4,\ x = \pm\sqrt{2a - 4};$

pentru $a \geq 4,\ x \in \{-\sqrt{2a - 4};\ -2 + \sqrt{8 + 2a}\}.$

2. Să cercetăm şi să determinăm semnele soluţiilor ecuaţiei:

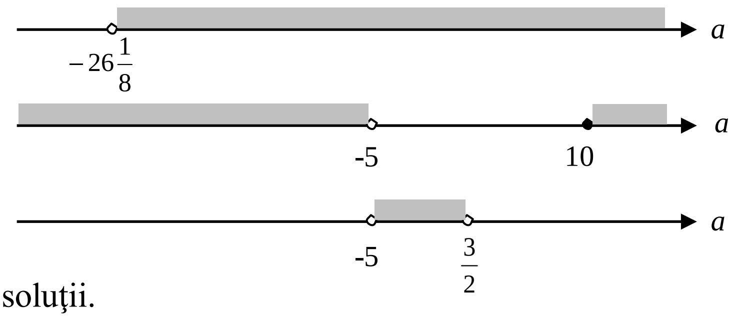
$$(a+5)x^2 + (2a-3)x + a - 10 = 0$$

în dependenţă de valorile parametrului a.

$D = (2a-3)^2 - 4(a+5)(a-10) = 8a + 209.$

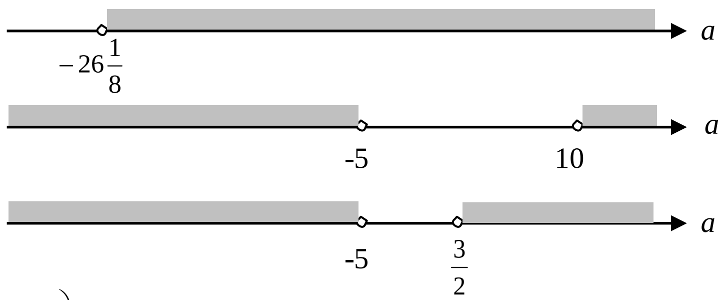
$D = 8a + 209 > 0$ pentru $a > -26\frac{1}{8}$. Fie $a \neq -5$.

1) $\begin{cases} x_1 > 0, \\ x_2 > 0 \end{cases}$ dacă $\begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ \dfrac{a-10}{a+5} > 0, \\ \dfrac{2a-3}{a+5} < 0, \end{cases}$ sau $\begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ (a-10)(a+5) > 0, \\ (2a-3)(a+5) < 0, \end{cases}$ sau $\begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ \left[\begin{array}{l} a < -5 \\ a > 10 \end{array}\right. \\ -5 < a < \frac{3}{2} \end{cases}$



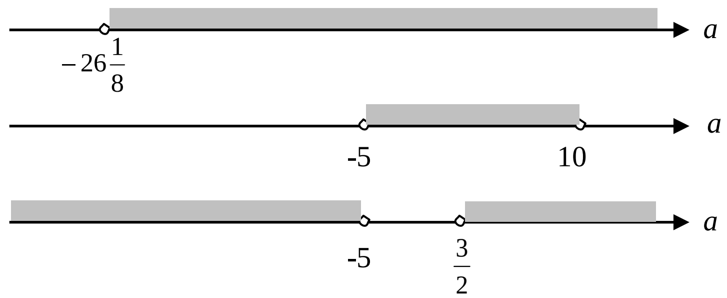
Sistemul nu are soluţii.

2) $\begin{cases} x_1 < 0, \\ x_2 < 0, \end{cases}$ dacă $\begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ \dfrac{a-10}{a+5} > 0, \\ \dfrac{2a-3}{a+5} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ (a-10)(a+5) > 0, \\ (2a-3)(a+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ \left[\begin{array}{l} a < -5, \\ a > 10, \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} a < -5, \\ a > \frac{3}{2}. \end{array}\right. \end{cases}$



Deci $a \in \left(-26\frac{1}{8};\ -5\right) \cup (10;\ \infty).$

3) $\begin{cases} x_1 > 0, \\ x_2 < 0, \\ |x_2| > |x_1|, \end{cases}$ dacă $\begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ \frac{a-10}{a+5} < 0, \\ \frac{2a-3}{a+5} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ (a-10)(a+5) < 0, \\ (2a-3)(a+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ -5 < a < 10, \\ \left[\begin{array}{l} a < -5, \\ a > \frac{3}{2}. \end{array}\right. \end{cases}$



Deci $a \in \left(\frac{3}{2}; 10\right)$.

4) $\begin{cases} x_1 < 0, \\ x_2 > 0, \\ |x_2| < |x_1|, \end{cases}$ dacă $\begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ \frac{a-10}{a+5} < 0, \\ \frac{2a-3}{a+5} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ (a-10)(a+5) < 0, \\ (2a-3)(a+5) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -26\frac{1}{8}, \\ -5 < a < 10, \\ -5 < a < \frac{3}{2}. \end{cases}$

Deci $a \in \left(-5, \frac{3}{2}\right)$.

Răspuns: 1) Pentru $a \in \left(-26\frac{1}{8}; -5\right) \cup (10; +\infty)$

$$x_{1,2} = \frac{(3-2a) \pm \sqrt{8a+209}}{2(a+5)}, \text{ unde } \begin{cases} x_1 < 0, \\ x_2 < 0. \end{cases}$$

2) Pentru $a \in (1{,}5; 10)$

$$x_{1,2} = \frac{(3-2a) \pm \sqrt{8a+209}}{2(a+5)}, \text{ unde } \begin{cases} x_1 > 0, \\ x_2 < 0, \\ |x_2| > |x_1|. \end{cases}$$

3) Pentru $a \in \left(-\infty; -26\frac{1}{8}\right)$, $\varnothing$.

4) Pentru $a \in \left(-5; \frac{3}{2}\right)$

$$x_{1,2}=\frac{(3-2a)\pm\sqrt{8a+209}}{2(a+5)},\text{ unde }\begin{cases}x_1>0,\\ x_2<0,\\ |x_2|<|x_1|.\end{cases}$$

5) Pentru $a=-26\frac{1}{8}$, $x=-1\frac{4}{13}$.

6) Pentru $a=-5$, $x=-1\frac{2}{13}$.

7) Pentru $a=\frac{3}{2}$, $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{17}{13}}$ unde $\begin{cases}x_1>0,\\ x_2<0,\\ |x_2|=|x_1|.\end{cases}$

8) Pentru $a=10$, $x_1=0$, $x_2=-1\frac{2}{15}$.

3. Să rezolvăm ecuaţia $x+\sqrt{a+\sqrt{x}}=a$.

Deoarece *x* se află sub simbolul radicalului de ordinul doi, rezultă că $x\geq 0$. Prin urmare membru stâng al ecuaţiei date $x+\sqrt{a+\sqrt{x}}\geq 0$, deci $a\geq 0$. Astfel pentru $a<0$ ecuaţia nu are soluţii. Ulterior vom considera $a\geq 0$. Scriem ecuaţia astfel:

$$\sqrt{a+\sqrt{x}}=a-x.$$

Pentru $a\geq 0$ şi $x\leq a$ ecuaţia $\sqrt{a+\sqrt{x}}=a-x\Leftrightarrow a+\sqrt{x}=a^2-2ax+x^2$ este ecuaţie pătrată în raport cu parametrul a :

$$a^2-a(2x+1)+x^2-\sqrt{x}=0,$$

care are soluţiile $a=x+\sqrt{x}+1$ şi $a=x-\sqrt{x}$.

Considerăm $a=x+\sqrt{x}+1$. Ţinând cont că membru din dreapta reprezintă suma a trei termeni nenegativi, unul dintre care este egal cu 1, obţinem că dacă $0<a<1$, atunci ecuaţia $a=x+\sqrt{x}+1$ nu are soluţii.

În continuare vom considera pe $a\geq 1$. Atunci ecuaţia $a=x+\sqrt{x}+1$ o scriem astfel $x+\sqrt{x}+1-a=0$ - ecuaţie pătrată în raport cu $\sqrt{x}$, care are soluţiile $\sqrt{x}=\frac{1}{2}(-1+\sqrt{4a-3})$ şi $\sqrt{x}=-\frac{1}{2}(1+\sqrt{4a-3})$.

Deoarece $a\geq 1$ şi $x\geq 0$ - soluţia $\sqrt{x}=-\frac{1}{2}(1+\sqrt{4a-3})$ este inadmisibilă.

Astfel, $\sqrt{x}=\frac{1}{2}(\sqrt{4a-3}-1)$, de unde $x=\frac{1}{2}[(2a-1)-\sqrt{4a-3}]$, pentru $a\geq 1$.

Această soluţie verifică restricţia $0\leq x\leq a$.

Considerăm cazul $a=x-\sqrt{x}$ şi obţinem ecuaţia $x-\sqrt{x}-a=0$ - ecuaţie pătrată în raport cu $\sqrt{x}$, care are soluţiile:

$\sqrt{x}=\frac{1}{2}(1+\sqrt{1+4a})$ şi $\sqrt{x}=\frac{1}{2}(1+\sqrt{1-4a})$.

Soluţia $\sqrt{x}=\frac{1}{2}(1-\sqrt{1+4a})<0$ pentru $a>0$.

În cazul când $\sqrt{x} = \frac{1}{2}(1+\sqrt{1+4a})$, avem $x = \frac{1}{2}[(2a+1)+\sqrt{4a+1}] > a$ – neacceptabilă.

Răspuns: Pentru $a \geq 1$, $x = \frac{1}{2}[(2a-1)-\sqrt{4a-3}]$;

pentru $a = 0$, $x = 0$;

pentru $a < 0$ şi pentru $0 < a < 1$, Ø.

4. 1. Să cercetăm şi să rezolvăm inecuaţia $\frac{(a^2-a-6)x+a}{x^2-x-2} < 0$.

DVA: $x \neq -1$, $x \neq 2$

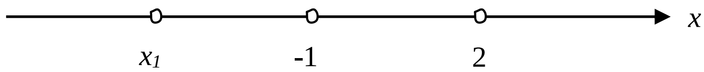
Dacă $a^2 - a - 6 \neq 0$, atunci $x_1 = \frac{-a}{a^2-a-6}$ este soluţia ecuaţiei:

$$(a^2-a-6)x + a = 0.$$

Numerele -1 şi 2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - x - 2 = 0$.

Să examinăm diverse relaţii reciproce dintre rădăcinile numărătorului şi numitorului.

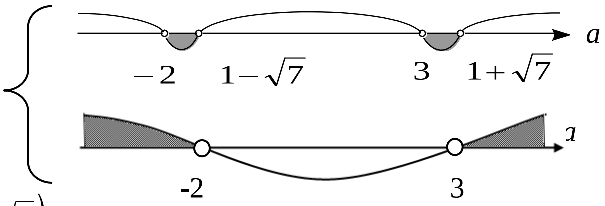
1)



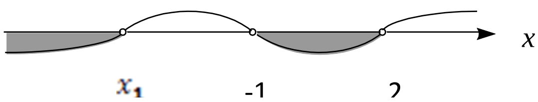
Dacă $x < -1$, atunci $-\frac{a}{a^2-a-6} < -1$, adică $\frac{a^2-2a-6}{a^2-a-6} < 0$.

Grafic soluţiile pot fi reprezentate astfel:

1.1 Dacă $a^2 - a - 6 > 0$:

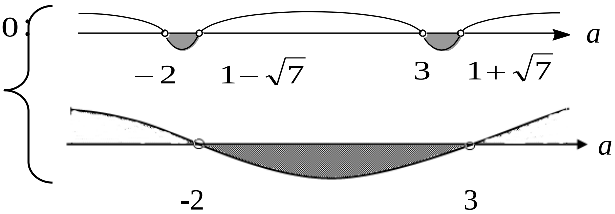


Prin urmare $a \in (3; 1+\sqrt{7})$, şi atunci

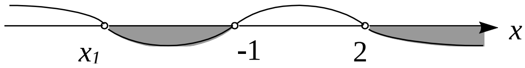


$x \in (-\infty; -\frac{a}{a^2-a-6}) \cup (1; 2)$.

1.2. Dacă $a^2 - a - 6 < 0$:

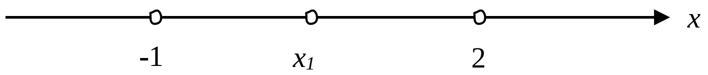


Prin urmare $a \in (-2; 1-\sqrt{7})$, şi atunci



$$x \in \left(-\frac{a}{a^2-a-6}; -1\right) \cup (2; +\infty).$$

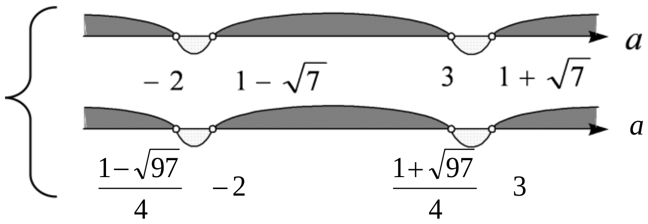
2)



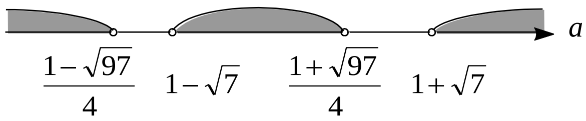
Dacă $-1 < x_1 < 2$, atunci $-1 < -\dfrac{a}{a^2-a-6} < 2$, adică $\begin{cases} \dfrac{a^2-2a-6}{a^2-a-6} > 0 \\ \dfrac{2a^2-a-12}{a^2-a-6} > 0. \end{cases}$

Numerele $\dfrac{1 \pm \sqrt{97}}{4}$ sunt soluţiile ecuaţiei $2a^2 - a - 12 = 0$; $1 \pm \sqrt{7}$ – soluţiile ecuaţiei $a^2 - 2a - 6 = 0$; -2 şi 3 – soluţiile ecuaţiei $a^2 - a - 6 = 0$.

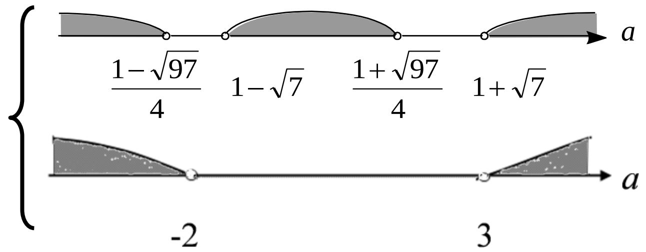
Considerăm, că $\dfrac{1+\sqrt{97}}{4} < 3$ şi $\dfrac{1-\sqrt{97}}{4} < -2 < 1-\sqrt{7}$, prezentăm rezolvarea grafică:



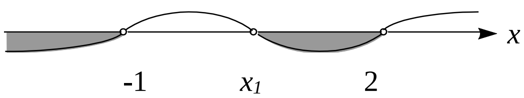
sau



2.1. Dacă $a^2 - a - 6 > 0$:

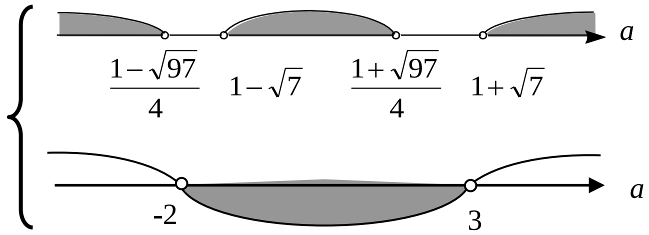


Deci $a \in \left(-\infty; \dfrac{1-\sqrt{97}}{4}\right) \cup (1+\sqrt{7}; +\infty)$, atunci

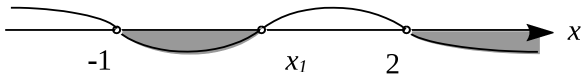


deci $x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\dfrac{a}{a^2-2a-6}; 2\right)$.

2.2. Dacă $a^2 - a - 6 < 0$:

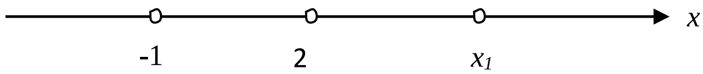


Deci $a \in (1-\sqrt{7}; \frac{1+\sqrt{7}}{4})$ şi atunci ,



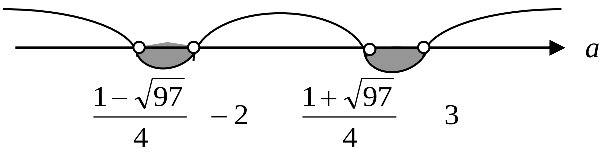
deci $x \in (-1; -\frac{a}{a^2-a-6}) \cup (2; +\infty)$

3)

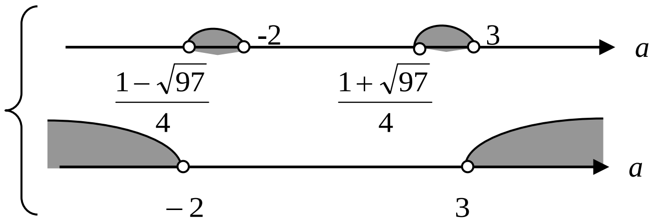


Dacă $x_1 > 2$, atunci $-\frac{a}{a^2-a-6} > 2$ sau $\frac{2a^2-a-12}{a^2-a-6} < 0$, prin urmare

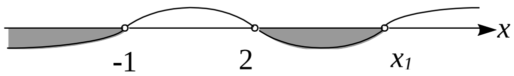
.



3.1. Dacă $a^2 - a - 6 > 0$:

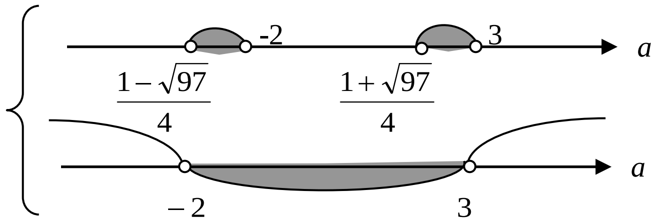


deci $\frac{1-\sqrt{97}}{4} < a < -2$, atunci

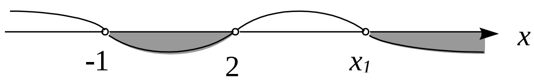


$$x \in (-\infty; -1) \cup (2; -\frac{a}{a^2-a-6}).$$

3.2. Dacă $a^2 - a - 6 < 0$:



deci $\frac{1+\sqrt{97}}{4} < a < 3$, atunci



$$x \in (-1; 2) \cup (-\frac{a}{a^2-a-6}; +\infty).$$

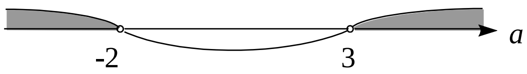
4)Dacă $a = 3$, atunci $\frac{0 * x + 3}{(x+1)(x-2)} < 0$, de unde $x \in (-1, 2)$.

5) Dacă $a = -2$, atunci $\frac{0 * x + 3}{(x+1)(x-2)} < 0$, de unde $x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$.

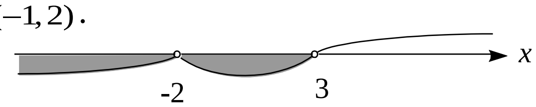
6) Să clarificăm, pentru care valori ale parametrului *a* numitorul inecuaţie date este egal cu zero.

Fie $x=-1$, atunci $(a^2-a-6)*(-1)+a=0$, dacă $a^2-2a-6=0$, de unde $a_1=1+\sqrt{7}$; $a_2=1-\sqrt{7}$.

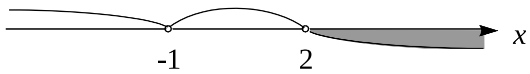
6.1. Dacă $a^2-a-6>0$:



$1+\sqrt{7}\in(3;+\infty)$; $1-\sqrt{7}\notin(-\infty;-2)$, deci pentru $a=1+\sqrt{7}$ inecuaţia $\dfrac{x+1}{(x+1)(x-2)}<0$, este verificată de $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,2)$.

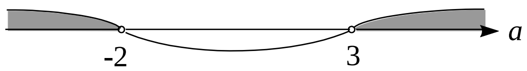


6.2. Dacă $a^2-a-6<0$, atunci $1-\sqrt{7}\in(-2;3)$, adică pentru $a=1-\sqrt{7}$ inecuaţia $\dfrac{-(x+1)}{(x+1)(x-2)}<0$ este verificată de $x\in(2,+\infty)$.



7) Fie $x=2$, atunci $(a^2-a-6)*2+a=0$, adică $2a^2-a-12=0$, de unde $a_1=\dfrac{1+\sqrt{97}}{4}$; $a_2=\dfrac{1-\sqrt{97}}{4}$.

7.1. Dacă $a^2-a-6>0$:



$\dfrac{1-\sqrt{97}}{4}\in(-\infty;-2)$ şi atunci $\dfrac{x-2}{(x+1)(x-2)}<0$, pentru $x\in(-\infty,-1)$.

7.2. Dacă $a^2-a-6<0$, atunci $\dfrac{1+\sqrt{97}}{4}\in(-2;3)$ când $-\dfrac{x-2}{(x+1)(x-2)}<0$, de unde $x\in(-1;2)\cup(2;+\infty)$.

Răspuns:

1) Pentru $a\in(-\infty;\dfrac{1-\sqrt{97}}{4})$, $x\in(-\infty;-1)\cup(-\dfrac{a}{a^2-a-6};2)$.

2) Pentru $a=\dfrac{1-\sqrt{97}}{4}$, $x\in(-\infty;-1)$.

3) Pentru $a\in(\dfrac{1-\sqrt{97}}{4};-2)$, $x\in(-\infty;-1)\cup(2;-\dfrac{a}{a^2-a-6})$.

4) Pentru $a=-2$, $x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$.

5) Pentru $a\in(-2;1-\sqrt{7})$, $x\in(-\dfrac{a}{a^2-a-6};-1)\cup(2;+\infty)$.

6) Pentru $a=1-\sqrt{7}$, $x\in(2,+\infty)$.

7) Pentru $a \in (1-\sqrt{7}; \frac{1+\sqrt{97}}{4})$, $x \in (-1; -\frac{a}{a^2-a-6}) \cup (2; +\infty)$.

8) Pentru $a = \frac{1+\sqrt{97}}{4}$, $x \in (-1; 2) \cup (2; +\infty)$.

9) Pentru $a \in (\frac{1+\sqrt{97}}{4}; 3)$, $x \in (-1; 2) \cup (-\frac{a}{a^2-a-6}; +\infty)$.

10)Pentru $a = 3$, $x \in (-1, 2)$.

11)Pentru $a \in (3; 1+\sqrt{7})$, $x \in (-\infty; -\frac{a}{a^2-a-6}) \cup (-1; 2)$.

12) Pentru $a = 1+\sqrt{7}$, $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 2)$.

13)Pentru $a \in (1+\sqrt{7}; +\infty)$, $x \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{a}{a^2-a-6}; 2)$.

Prin intermediul rezolvării diverselor probleme şi în special a problemelor de o complexitate majoră, utilizând învăţarea prin descoperire dirijată, formăm şi dezvoltăm capacităţi intelectuale la elevi.

Un rol important în formarea capacităţilor intelectuale ale elevilor le revine profesorilor de matematică, gradul de profesionalism al cărora este apreciat prin capacitatea lor de a poseda metode eficiente de predare-învăţare a matematicii.

Bibliografie

1. Ioan Cerghit. Metode de învăţământ. Bucureşti, 2006.
2. Florin Cîrjan. Didactica matematicii. Bucureşti, Corint, 2008.
3. Ilie Lupu. Practicum de rezolvare a problemelor de matematică. Chişinău, CE USM, 2002.
4. Ilie Lupu. Metodologia rezolvării problemelor de matematică cu un grad sporit de dificultate. Chişinău, Prut Internaţional, 2013.
5. В.В. Локоть. Задачи с параметрами. Москва, Аркти, 2005.
6. А. Х. Шахмейстер. Уравнения и неравенства с параметрами. Санкт-Петербург, Москва, 2006.
7. Laurenţiu Calmuţchi. Metodologia rezolvării problemelor cu parametri, UST, 2016.