

CZU: 373.5.016:51(043.2)

DOI: 10.36120/2587-3636.v39i1.51- 68

PROGRAM PENTRU PREGĂTIREA CĂTRE CONCURSURI ȘI OLIMPIADE ȘCOLARE LA DISCIPLINA MATEMATICĂ

Marcel TELEUCA, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-1730-5284>

Universitatea de Stat din Moldova, IMI „V. Andrunachievici”

Larisa SALI, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-1172-3055>

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Republica Moldova

Rezumat. În publicație este expusă viziunea autorilor cu privire la proiectarea Programului pentru pregătirea către concursuri și olimpiade școlare la disciplina Matematică luând în considerare experiențele pozitive de implementare a acestuia în educația matematică a elevilor capabili de performanțe înalte.

Cuvinte cheie: curriculum, competență matematică, îmbogățire curriculară, activitate extracurriculară.

TRAINING PROGRAM FOR SCHOOL MATHEMATICS COMPETITIONS AND OLYMPIADS

Summary. The publication exposes the authors' vision regarding the design of the Program for preparing for school competitions and Olympiads in the discipline of Mathematics, considering the positive experiences of its implementation in the mathematics education of students capable of high performance.

Key words: curriculum, mathematical competence, curricular enrichment, extracurricular activity.

Prezentul program este parte componentă a Curriculumului Național, fiind destinat profesorilor care vor pregăti elevii pentru concursurile naționale și internaționale la matematică la treapta gimnazială și cea liceală de învățământ.

Programul prevede:

Aprofundarea obiectivelor de referință ale curriculumului-nucleu prin diversificarea activităților de învățare.

Extinderea obiectivelor și a conținuturilor din curriculumul-nucleu prin noi obiective de referință și unități de conținut la matematică.

Natura matematicii și a gândirii matematice orientează spre necesitatea unei societăți a cunoașterii, și cu adevărat iau în considerare implicațiile și impactul noilor tehnologii. Obiectivele educaționale ale activității extracurriculare la matematică se rezumă la următoarele: trezirea interesului constant al elevilor pentru matematică și aplicațiile ei; identificarea copiilor dotați la matematică; extinderea și aprofundarea cunoștințelor curriculare ale elevilor; dezvoltarea optimă a capacităților matematice ale elevilor și formarea unor deprinderi cu caracter investigațional; educarea unei culturi înalte a gândirii matematice; dezvoltarea la elevi a priceperilor de a lucra cu manualul și cu literatura științifico-populară; extinderea și aprofundarea reprezentărilor elevilor despre însemnătatea practică a matematicii; cunoașterea noilor descoperiri în matematică;

pregătirea elevilor către continuarea studiilor; extinderea și aprofundarea reprezentărilor elevilor despre valoarea cultural-istorică a matematicii; formarea priceperilor de redactare a unor comunicări și a unor publicații la matematică pentru presa școlară, conferințe de divers rang și reviste de specialitate; formarea competențelor comunicaționale și a priceperilor de a îmbina activitatea în grup și cea individuală în procesul studierii matematicii; dezvoltarea, încurajarea și menținerea spiritului competițional de echipă și individual.

Pregătirea pentru concursurile matematice înseamnă activitate suplimentară, rezolvare de probleme, lucru intensiv pentru obținerea performanței. Unitățile de conținut enumerate în acest program servesc la informarea profesorilor și elevilor cu privire la subiectele importante care sunt propuse frecvent la etapele raionale, municipale, republicane ale concursurilor și olimpiadelor de matematică. Concomitent, programul propus pentru clasele de gimnaziu satisface și cerințele de pregătire a elevilor către barajele de selecție a participanților la Olimpiada Balcanică pentru Juniori și Olimpiada Europeană pentru Fete, dar și pentru participarea propriu-zisă la ele. Programul propus pentru clasele de liceu orientează elevii în pregătirea către barajele de selecție și participarea la Olimpiada Internațională de Matematică și Olimpiada Balcanică la Matematică.

Proiectarea Programului pentru pregătirea către concursuri și olimpiade școlare la disciplina Matematică a fost ordonată pe: principiul asigurării continuității la nivelul claselor și al ciclurilor; principiul învățării centrate pe elev în corelație cu mediul său de viață; principiul centrării pe aspectul formativ; principiul corelației transdisciplinare – interdisciplinare; principiul abordării sistemice și al dezvoltării graduale a competențelor.

Programul prevede dezvoltarea următoarelor competențe specifice:

CS 1. Explorarea proprietăților noțiunilor, a operațiilor și relațiilor între ele manifestând interes pentru rigoare și precizie.

CS 2. Aplicarea raționamentului matematic la rezolvarea problemelor, dovedind claritate, corectitudine și concizie în exprimarea în limbaj matematic, recurgând la argumentări, susținând propriile idei și opinii.

CS 3. Investigarea seturilor de date, folosind instrumente și modele matematice, pentru a studia/explica relații și procese, manifestând perseverență și spirit analitic, demonstrând consecvență și abordare deductivă.

CS 4. Extrapolarea achizițiilor matematice pentru a identifica și a explica procese, fenomene din diverse domenii, utilizând concepte și metode matematice în abordarea diverselor situații.

Propunem în continuare secțiunea care vizează proiectarea la clasele a VII-IX-a, proiectarea la clasele liceale fiind programată pentru următoarea ediție a revistei.

Clasa a VII-a

ALGEBRĂ		
Nr.	Unități de competență	Unități de conținut
1.	1.1. Utilizarea proprietăților operațiilor cu numerelor naturale, a relațiilor de ordine la rezolvarea problemelor. 1.2. Utilizarea descompunerii numerelor naturale în produs de puteri de numere prime, a proprietăților puterii în contexte variate. 1.3. Transpunerea unor situații reale și/sau modelate în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului.	Mulțimea numerelor naturale Sisteme de numerație. Proprietățile operațiilor cu numere naturale. Factorul comun. Puteri. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte. Numere prime și numere compuse.
2.	2.1. Aplicarea criteriilor de divizibilitate pentru optimizarea calculelor demonstrarea afirmațiilor. 2.2. Utilizarea proprietăților relației de divizibilitate în mulțimea $\mathbb{N}$. 2.3. Aplicarea c.m.m.d.c., c.m.m.m.c. a câtorva numere naturale în rezolvarea problemelor.	Proprietățile divizibilității în $\mathbb{N}$. Criteriile de divizibilitate cu: 2; 5; 10; 2^n ; 5^n ; 3; 9; 7; 11; 13. Teorema fundamentală a aritmeticii. Numărul de divizori. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.; $[a; b] \cdot (a; b) = a \cdot b$. Algoritmul lui Euclid. Numere prime între ele. a/bc și $(a; b) = 1 \Rightarrow a/c$ Dacă $(a; b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $a = xd; b = yd$. Dacă $[a; b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $m = ax; m = by$.
3.	3.1. Utilizarea algoritmului împărțirii cu restul egal sau diferit de zero a numerelor naturale. 3.2. Determinarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale. 3.3. Utilizarea limbajului adecvat pentru exprimarea proprietăților relației de congruență modulo m . 3.4. Aplicarea proprietăților relației de congruență modulo m la demonstrarea afirmațiilor. 3.5. Utilizarea proprietăților de divizibilitate a numerelor în rezolvarea ecuațiilor diofantice.	Relația de congruență pe $\mathbb{N}$ Teorema împărțirii cu rest. Congruențe Modulo m . Proprietăți. Ecuații Diofantice.
4.	4.1. Aplicarea în situații reale și/sau modelate a proprietăților operațiilor cu mulțimi și a relațiilor definite pe mulțimi la rezolvarea problemelor. 4.2. Utilizarea diferitor modalități de numărare folosind proprietățile operațiilor cu mulțimi și noțiunea de cardinal al unei mulțimi fnite.	Mulțimi Operații cu mulțimi. Reuniunea, intersecția, diferența a două mulțimi. Produs cartezian. Formula $ A \cup B = A + B - A \cap B $. Principiul includerii și excluderii. Probleme de enumerare.
5.	5.1. Aplicarea principiului extremal ca metodă de raționament prin studierea proprietăților celui mai mic/mare element al unei mulțimi. 5.2. Explorarea unor modalități de clasificare a mulțimilor în submulțimi.	Probleme de logică, rezolvate prin aplicarea principiului elementului extremal. Probleme de colorare.

6.	6.1. Identificarea caracteristicilor invariante la transformări realizate asupra unor mulțimi de obiecte. 6.2. Utilizarea proprietății de paritate ca invariant la rezolvarea problemelor. 6.3. Utilizarea proprietăților resturilor împărțirii ca invariante la rezolvarea problemelor.	Invarianți Semiinvarianți Colorări și invarianți
7.	7.1. Explorarea unor modalități de proiectare a strategiilor câștigătoare în jocuri. 7.2. Utilizarea simetriei la proiectarea strategiilor câștigătoare în jocuri. 7.3. Utilizarea metodei analizei retrograde la proiectarea strategiilor câștigătoare în jocuri.	Jocuri matematice Strategii câștigătoare în jocuri matematice
8.	8.1. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale. 8.2. Aplicarea unor tehnici de calcul al unor sume folosind formula de descompunere a fracției în fracții simple. 8.3. Utilizarea limbajului adecvat pentru exprimarea proprietăților noțiunilor partea întreaga și partea fracționară. 8.4. Aplicarea proprietăților noțiunilor partea întreaga și partea fracționară la rezolvarea ecuațiilor.	Numere raționale Fracții ordinare și fracții zecimale. Operații. Periodicitate. Sume telescopice. Ecuații în $\mathbb{Q}$. Inecuații în $\mathbb{Q}$. Partea întreaga și partea fracționară.
9.	9.1. Prelucrarea cantitativă a unor date utilizând rapoarte și proporții pentru organizarea de date și rezolvarea de probleme. 9.2. Calcularea valorii unui raport folosind un șir de rapoarte egale. 9.3. Stabilirea proporționalității (directe sau inverse) între două mărimi și rezolvarea de probleme în care intervin mărimi direct sau invers proporționale, în contexte aplicative sau interdisciplinare. 9.4. Utilizarea unor reguli specifice pentru obținerea de proporții derivate. 9.5. Modelarea matematică a dependențelor direct sau invers proporționale.	Rapoarte și proporții. Procente. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Șir de rapoarte egale. Proporționalitate directă. Proporționalitate inversă.
10.	10.1. Analizarea unor funcții în context intra și interdisciplinar. 10.2. Determinarea unei funcții de gradul I care îndeplinește condiții date.	Funcția $f: D \rightarrow R$, $f(x) = ax + b$. Proprietăți
11.	11.1. Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia. 11.2. Calcularea modulului unor sume/diferențe de numere reale 11.3. Utilizarea proprietăților modulului la demonstrarea unor	Mulțimea numerelor reale. Modulul unui număr real. Proprietăți: a) $x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$; b) $x = \max(-x, x), \forall x \in \mathbb{R}$;

	identități.	c) $xy = x y , \forall x, y \in \mathbb{R};$ d) $\left \frac{x}{y} \right = \frac{ x }{ y }, \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}^*;$ e) $\sqrt{x^2} = x , \forall x \in \mathbb{R}.$
12.	12.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor cu radicali în calcule și transformarea expresiilor algebrice. 12.2. Verificarea validității unor afirmații pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple și/sau contraexemple. 12.3. Transformarea adecvată a unor rapoarte de numere reale care necesită raționalizare, descompunere în factori și/sau simplificare.	Reguli de calcul cu radicali . a) Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{N}$; b) Dacă $a, b \in \mathbb{N}$ și $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{N}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{N}$; c) Dacă a și b nu sunt pătrate ale unor numere raționale, atunci $\sqrt{a} + \sqrt{b} \notin \mathbb{Q}$; d) Dacă $a, b \in \mathbb{Q}^*$ și $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât , atunci $\alpha\sqrt{a} + \beta\sqrt{b} \in \mathbb{Q}^*$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$; e) Dacă $a, b \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât $\sqrt{b} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, atunci $a \pm \sqrt{b} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $a\sqrt{b} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; f) Dacă $a \in \mathbb{Q}^*$ și $b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, atunci $a + b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $ab \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; g) $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-c}{2}}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ și $c^2 = a^2 - b$ (formula radicalilor compuși). Secțiunea de aur. Numărul φ
13.	13.1. Aplicarea metodei reducerii la absurd în demonstrații. 13.2. Investigarea proprietăților unor șiruri de numere naturale care îndeplinesc anumite condiții referitor la divizibilitate. 13.3. Explorarea unor modalități de rezolvare a problemelor prin aplicarea principiului Dirichlet.	Metoda reducerii la absurd și aplicarea ei în demonstrații. Teorema lui Euclid: Există o infinitate de numere prime. Probleme de logică, rezolvate prin aplicarea principiului Dirichlet (principiul cutiei).
14.	14.1. Identificarea în enunțuri diverse a formulelor înmulțirii prescurtate și utilizarea acestora pentru optimizarea calculelor. 14.2. Calcularea valorii numerice a expresiei algebrice, utilizând calculul algebric. 14.3. Descompunerea unei expresii algebrice în produs de factori, utilizând formulele înmulțirii prescurtate și metodele studiate. 14.4. Analiza rezolvării unei probleme, situații-problemă cu calcul algebric în contextul corectitudinii rezultatului/rezultatelor. 14.5. Precizarea mulțimii de definiție a	Calcul algebric. Calcule cu numere reale reprezentate prin litere. Formulele de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; (a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc,$ $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}), \forall$ $a, b \in \mathbb{R}$ și $n \in \mathbb{N}$; $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$ și $n \in \mathbb{N}, n$ impar; $(a+b)^n = M_a + b^n$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$, și $n \in \mathbb{N}^*$, M_a – multiplul numărului a.

	unei expresii algebrice. 14.6. Efectuarea de transformări identice ale expresiilor algebrice în domeniul valorilor admisibile acestora. 14.7. Justificarea rezultatelor obținute cu calcul algebric, susținând propriile idei și viziuni, recurând la argumentări.	$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ (identitatea lui Lagrange).
15.	15.1. Utilizarea proprietăților relațiilor de egalitate, de inegalitate la efectuarea transformărilor echivalente. 15.2. Justificarea unui demers/ rezultat obținut și/sau indicat cu inegalități recurând la argumentări, exemple, contraexemple. 15.3. Rezolvarea de probleme în care apar inegalitățile între medii. 15.4. Analizarea unor situații date pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule folosind inegalități.	Inegalități. $a^2 + b^2 \geq 2ab, \forall a, b \in \mathbb{R};$ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc, \forall a, b, c \in \mathbb{R};$ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2; \forall a, b \in \mathbb{R}_+^*.$ - Inegalitățile mediilor pentru două numere: $\frac{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}{2} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}, \forall a, b \in \mathbb{R}_+^*.$ $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$
GEOMETRIE		
Nr.	Unități de competență	Unități de conținut
16.	16.1. Interpretarea informațiilor conținute în reprezentări geometrice pentru determinarea unor lungimi de segmente, distanțe. 16.2. Transpunerea, în limbaj specific, a unei situații date legate de poziția relativă a punctelor, dreptelor, planelor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului. 16.3. Construcțiile geometrice.	Punct. Dreaptă. Semidreaptă. Segment Puncte coliniare. Instrumente utilizate în construcțiile geometrice
17.	17.1. Recunoașterea și descrierea pozițiilor relative ale punctelor, ale dreptelor, ale figurilor în plan în situații reale și/sau modelate. 17.2. Identificarea și utilizarea axiomelor geometriei plane pentru rezolvarea de probleme în configurații simple. 17.3. Identificarea și utilizarea terminologiei și a notațiilor specifice axiomelor geometriei plane. 17.4. Aplicarea metodei reducerii la absurd în demonstrații.	Noțiuni fundamentale ale geometriei plane Axiomele geometriei plane. Metoda reducerii la absurd.
18.	18.1. Recunoașterea coliniarității unor puncte, a faptului că două unghiuri sunt opuse la vârf, adiacente, complementare sau suplementare și a paralelismului sau perpendicularității a două drepte 18.2. Prelucrarea cantitativă a unor informații privind distanțe, lungimi de segmente sau măsuri de unghiuri/arce în vederea stabilirii coliniarității unor puncte 18.3. Aplicarea, într-o configurație dată, a proprietății unghiurilor opuse la vârf și	Unghiuri Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf. Unghiuri adiacente, unghiuri complementare, unghiuri suplementare.

	a unghiurilor în jurul unui punct pentru determinarea unor măsuri de unghiuri	
19.	19.1. Justificarea paralelismului a două drepte utilizând perechi de unghiuri formate de două drepte cu o secantă 19.2. Construcția dreptelor paralele cu ajutorul instrumentelor geometrice. 19.3 Construcția cu ajutorul instrumentelor geometrice a unor configurații respectând condiții date de paralelism.	Paralelism. Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi. Drepte paralele. Criterii de paralelism. Unghiuri cu laturile respectiv paralele.
20	20.1. Justificarea perpendicularității a două drepte utilizând perechi de unghiuri adiacente complementare, suplimentare. 20.3. Construcția dreptelor perpendiculare folosind instrumentele geometrice. 20.3. Construcția mediatoarei unui segment folosind instrumentele geometrice. 20.4. Construcția cu ajutorul instrumentelor geometrice a unor configurații geometrice respectând condiții date de perpendicularitate.	Drepte perpendiculare. Distanța de la un punct la o dreaptă. Unghiuri cu laturi respectiv perpendiculare. Simetria axială. Aplicații
21.	21.1. Identificarea unor locuri geometrice simple. 21.2. Justificarea unor afirmații în baza proprietăților punctelor de pe cerc, mediatoarea segmentului, bisectoarea unghiului. 21.3. Aplicarea metodei triunghiurilor congruente la rezolvarea problemelor.	Noțiunea de loc geometric. Locuri geometrice simple: cercul, mediatoarea segmentului; bisectoarea unghiului; Construcția triunghiurilor după trei elemente. Congruența triunghiurilor. Metoda triunghiurilor congruente. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Teorema unghiului exterior.
22.	22.1. Utilizarea proprietăților triunghiurilor isoscele, echilaterale, dreptunghice pentru determinarea unor lungimi de segmente, distanțe, măsuri de unghiuri. 22.2. Justificarea unor afirmații în baza proprietăților triunghiurilor isoscele, echilaterale, dreptunghice. 22.3. Investigarea valorii de adevăr a unei afirmații, propoziții cu referire la liniile remarcabile în triunghi, inclusiv cu ajutorul exemplelor, al contraexemplurilor.	Proprietăți ale triunghiurilor. Linii importante în triunghi. Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi. Într-un triunghi dreptunghic, lungimea catetei care se opune unghiului de 30° este jumătate din lungimea ipotenuzei. Teorema reciprocă. Într-un triunghi dreptunghic, lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din lungimea ipotenuzei. Teorema reciprocă. Teorema despre înălțimea dusă la ipotenuză în triunghiul dreptunghic cu un unghi de 15° . Teorema reciprocă. Proprietăți ale triunghiurilor isoscele. Proprietăți ale triunghiului echilateral.
23.	23.1. Recunoașterea și clasificarea patrulaterelor în baza diferitor criterii. 23.2. Construcția cu ajutorul instrumentelor geometrice a unor patrulatere respectând condiții date. 23.3. Investigarea valorii de adevăr a unei afirmații, propoziții cu referire la	Patrulatere Patrulatere particulare: paralelogramul, romb, pătratul. Axe de simetrie ale patrulaterelor.

	patrulaterelor particulare, inclusiv cu ajutorul exemplelor, al contraexemplurilor.	
24.	24.1. Identificarea unor cercuri și arce de cerc într-o configurație geometrică dată. 24.2. Prelucrarea cantitativă a unor informații privind distanțe, lungimi de segmente sau măsuri de unghiuri/arce în vederea stabilirii coliniarității unor puncte, inclusiv în contextul cercului 24.3. Determinarea unor măsuri de unghiuri/arce de cerc utilizând informații cuprinse în reprezentările geometrice 24.4. Transpunerea unor informații date în configurații geometrice care conțin drepte, unghiuri, cercuri.	Cercul. Elemente în cerc. Pozițiile unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri. Unghi la centru. Unghi înscris în cerc.

Clasa a VIII-a

ALGEBRĂ		
Nr.	Unități de competență	Unități de conținut
1	1.1. Utilizarea limbajului adecvat pentru exprimarea proprietăților relației de congruență modulo m. 1.2. Aplicarea proprietăților relației de congruență modulo m la demonstrarea afirmațiilor. 1.3. Utilizarea proprietăților de divizibilitate a numerelor în rezolvarea ecuațiilor diofantice. 1.4. Aplicarea unor variante ale „Vieta jumping” pentru găsirea de noi soluții la o ecuație folosind formulele lui Vieta.	Congruența Modulo. Proprietăți Teorema mică a lui Fermat Metoda coborării: „Un șir strict descrescător de numere naturale este în mod necesar finit.” Teoremele lui Fermat, Euler Ecuații Diofantice. Șiruri recurente. Postulatul lui Bertrand: „Pentru orice număr întreg $n > 3$, există întotdeauna cel puțin un număr prim p cu proprietatea $n < p < 2n - 2$.” Relatii de tip $ab=cd$, Relatiile lui Vieta (Vieta jumping)
2	2.1. Efectuarea de operații cu intervale numerice. 2.2. Transpunerea unei probleme, a unei situații problemă în limbajul ecuațiilor, inecuațiilor a sistemelor și totalităților de ecuații și inecuații de gradul I cu o necunoscută, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului.	Intervale. Intersecția și reuniunea intervalelor Inegalități. Probleme de minim și maxim
3	3.1. Calcularea modulului unor sume/diferențe de numere reale. 3.2. Deducerea unor inegalități care conțin modul. 3.3. Rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor cu modul care se reduc la ecuații și inecuații de gradul I. 3.4. Utilizarea proprietăților modulului la demonstrarea unor inegalități.	Modulul unui număr real. Proprietățile a) $x + y \leq x + y , \forall x, y \in \mathbb{R};$ b) $x \leq a \ (a > 0), a, x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -a \leq x \leq a;$ c) $x \geq a \ (a > 0), a, x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x \geq a \text{ sau } x \leq -a;$ Ecuații
4	4.1. Deducerea proprietăților funcțiilor partea întreagă și partea fracționară prin lectura grafică și/sau analitică.	Numere reale. Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Identitatea lui Hermite.

	4.2. Reprezentarea grafică a funcțiilor partea întreagă și partea fracționară 4.3. Rezolvarea unor ecuații (inecuații) folosind egalitatea lui Hermite.	Ecuații și identități
5	5.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor cu radicali în calcule și transformarea expresiilor algebrice. 5.2. Verificarea validității unor afirmații prin aplicarea formulelor de calcul prescurtat, construirea unor exemple și/sau contraexemple. 5.3. Transformarea adecvată a unor rapoarte de numere reale care necesită raționalizare, descompunere în factori și/sau simplificare.	Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ și $a \pm \sqrt{b}$, $a, b \in \mathbb{N}$. Formulele de calcul prescurtat: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$; $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$; $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$. Rapoarte algebrice. Operații
6	6.1. Utilizarea proprietăților relațiilor de egalitate, de inegalitate la efectuarea transformărilor echivalente. 6.2. Justificarea unui demers/ rezultat obținut și/sau indicat cu inegalități recurând la argumentări, exemple, contraexemple. 6.3. Rezolvarea de probleme în care apar inegalitățile între medii. 6.4. Analizarea unor situații date pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule folosind inegalități. 6.5. Justificarea unui demers/rezultat obținut sau indicat folosind inegalitățile între laturi și unghiuri în triunghi, recurând la argumentări, exemple, contraexemple.	Inegalitățile mediilor pentru trei numere: 1. $\frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \leq \sqrt[3]{abc} \leq \frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}, \forall a, b, c \in \mathbb{R}^+$. 2. $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2, \forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ 3. $\frac{x_1^2}{a_1} + \frac{x_2^2}{a_2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n} \geq \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}, \forall a_i \in \mathbb{R}^*, \forall x \in \mathbb{R}$ 4. $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc \geq ab(a + b) + bc(b + c) + ac(a + c), \forall a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$ Inegalități într-un triunghi, substituțiile lui Ravi Inegalitatea rearanjamentelor, Inegalitatea lui Chebyshev
7	7.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale	Puterea unui număr real cu exponent număr întreg. Reguli de calcul cu puteri.
8	8.1. Rezolvarea ecuațiilor de gradul II în diverse contexte, utilizând metoda rațională. 8.2. Aplicarea relațiilor lui Viète în rezolvarea și crearea ecuațiilor de gradul II. 8.3. Justificarea unui demers/rezultat obținut sau indicat folosind proprietățile trinomialului pătrat recurând la argumentări, exemple, contraexemple.	Ecuații de gradul al doilea cu coeficienți reali. Formulele lui Viète. Factorizări
9	9.1. Rezolvarea sistemelor de ecuații de gradul I cu două necunoscute prin diverse metode. 9.2. Utilizarea sistemelor de ecuații de gradul I cu două necunoscute în diverse contexte. 9.3. Justificarea unui demers/rezultat obținut la rezolvarea ecuațiilor Diofantice de gradul întâi cu două necunoscute folosind sistemelor de	Sisteme de două ecuații de gradul întâi cu două necunoscute. Ecuații Diofantice de gradul întâi cu două necunoscute.

	ecuații de gradul I cu două necunoscute și divizibilitatea numerelor.	
10	10.1. Identificarea în diverse enunțuri și aplicarea în contexte variate a terminologiei și a notațiilor aferente noțiunii de șir. 10.2. Clasificarea șirurilor în funcție de diverse criterii. 10.3. Deducerea proprietăților unor șiruri de tip progresie. 10.4. Identificarea și descrierea unor șiruri în situații reale și/sau modelate.	Șiruri numerice. Progresii aritmetice și geometrice
11	11.1. Extrapolarea proprietăților funcțiilor pentru rezolvarea problemelor, a situațiilor problemă din diverse domenii. 11.2. Deducerea proprietăților unor funcții (zerouri, semn, monotonie) prin lectura grafică și/sau analitică. 11.3. Utilizarea funcțiilor în rezolvarea problemelor, a situațiilor-problemă, în studierea și explicarea unor procese fizice, chimice, biologice, economice, istorice, sociale și/sau antreprenoriale. 11.4. Investigarea valorii de adevăr a unei afirmații, a unei propoziții privind funcțiile.	Funcții. Proprietăți Funcția $f: R^* \rightarrow R^*, f(x) = \frac{k}{x}$; Proprietățile funcției $f: R_+ \rightarrow R_+, f(x) = \sqrt{x}$.
GEOMETRIE		
12	12.1. Clasificarea unghiurilor în funcție de poziția relativă față de cerc. 12.2. Analizarea și interpretarea rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme cu referire la coarde, arce, tangente și secante. 12.3. Justificarea rezultatelor obținute privind tangentele dintr-un punct la cerc recurând la argumentări, demonstrații.	Cercul. Unghiuri la centru, unghiuri înscrise în cerc. Măsura arcelor. Coarde și arce. Proprietăți. Teorema despre proprietatea diametrului perpendicular pe o coardă. Unghi format de o tangentă cu o secantă. Unghiul cu vârful în interiorul cercului. Unghiul cu vârful în exteriorul cercului. Teorema despre tangentele dintr-un punct la cerc
13	13.1. Recunoașterea proporționalității lungimilor unor segmente în diverse configurații. 13.2. Determinarea lungimilor unor segmente prin utilizarea teoremelor paralelelor echidistante/neechedistante, a teoremei lui Thales sau a proporțiilor derivate. 13.3. Stabilirea paralelismului unor drepte utilizând reciproca teoremei lui Thales 13.4 Utilizarea liniei mijlocii pentru a demonstra paralelismul unor drepte, coliniaritatea unor puncte.	Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Teorema paralelelor echidistante. Teorema paralelelor neechidistante. Linia mijlocie în triunghi; proprietăți.

14	14.1. Analizarea și interpretarea rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme cu referire la liniile și punctele importante în triunghi. 14.2. Stabilirea condiției de echilibru la o pârgie și a relației matematice ce o definește. 14.3. Utilizarea regulii pârgiei și a noțiunii de centru de greutate la rezolvarea unor probleme de geometrie plană.	Centrul de greutate al unui triunghi; proprietăți.
15	15.1. Aplicarea metodei asemănării triunghiurilor la rezolvarea unor probleme practice și/sau din diverse domenii. 15.2. Justificarea unui demers/ rezultat obținut sau indicat în contextul asemănării triunghiurilor, recurgând la argumentări, demonstrații. 15.3. Identificarea locurilor geometrice ale punctelor bisectoarelor triunghiului 15.4. Aplicarea teoremei bisectoarei triunghiului la rezolvarea problemelor	Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă.
16	16.1. Aplicarea proprietăților liniei mijlocii a trapezului în rezolvarea problemelor, a situațiilor problemă din diverse domenii. 16.2. Transpunerea unei probleme, a unei situații problemă referitoare la trapez în limbajul geometric, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului.	Linia mijlocie în trapez; proprietăți. Probleme de coliniaritate în trapez.
17	17.1. Identificarea unor condiții de coliniaritate a punctelor în plan. 17.2. Identificarea unor condiții de concurență a dreptelor în plan. 17.3. Investigarea unor relații între coliniaritatea punctelor, concurența liniilor și valoarea unor expresii ce conțin rapoarte între lungimile unor segmente cu referire la triunghiuri.	Teorema lui Menelaus; teorema reciprocă. Teorema lui Ceva; teorema reciprocă. Teorema lui Van-Aubel.
18	18.1. Aplicarea inegalității triunghiului la demonstrarea unor inegalități numerice. 18.2. Transpunerea unei probleme, a unei situații problema cu referire la cea mai scurtă distanță în plan folosind inegalitatea triunghiului și proprietățile perpendicularelor și a oblicelor	Inegalitatea triunghiului. Într-un triunghi, la latura mai mare se opune unghiul mai mare, și reciproc. Teoremă: a, b, c sunt laturile unui triunghi dacă și numai dacă există x, y, z numere pozitive astfel încât: $a=x+y$, $b=y+z$ și $c=x+z$. Teorema perpendicularelor și a oblicelor.
19	19.1. Utilizarea instrumentelor la realizarea construcțiilor simple 19.2. Conștientizarea etapelor de rezolvare a unei probleme de construcție.	Construcții simple cu rigla negradată și cu compasul.

	19.3. Descrierea în limbaj matematic a algoritmului de rezolvare a unor probleme de construcție	
20	20.1. Descrierea conceptului de loc geometric al punctelor 20.2. Soluționarea unor probleme în care locul geometric este precizat prin enunț 20.3. Soluționarea unor probleme în care enunțul cere stabilirea locului geometric. 20.4. Investigarea unor situații problemă utilizând conceptul de loc geometric al punctelor în plan	Probleme elementare de loc geometric.
21	21.1. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia. 21.2. Inițierea și realizarea unor investigații/explorări interdisciplinare utilizând achizițiile matematice referitoare la triunghiurile dreptunghice. 21.3. Soluționarea unor probleme în care figurează triplete de numere pitagoreice. 21.4. Rezolvarea unor probleme de construcție a triunghiului dreptunghic cu rigla negradată și compasul.	În triunghiul dreptunghic: teorema înălțimii; teorema catetei; teorema lui Pitagora; teoreme reciproce.
22	22.1. Identificarea și aplicarea relațiilor trigonometrice între elementele triunghiului dreptunghic la rezolvarea problemelor. 22.2. Inițierea și realizarea unor investigații/explorări interdisciplinare utilizând achizițiile matematice referitoare la relațiile trigonometrice în triunghiurile dreptunghice.	Rapoarte constante în triunghiul dreptunghic: sin, cos, tg, ctg. Formule uzuale.
23	23.1. Conștientizarea semnificației operației de generalizare. 23.2. Investigarea proprietăților triunghiurilor scalene utilizând teorema lui Pitagora. 23.3. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi pentru stabilirea lungimilor unor linii importante. 23.4. Inițierea și realizarea unor investigații/explorări interdisciplinare utilizând achizițiile matematice referitoare la teorema generalizată a lui Pitagora și teorema lui Stewart	Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema lui Stewart. $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ Teorema medianei:
24	24.1. Identificarea și aplicarea în diverse contexte a terminologiei aferente noțiunii de arie și de calcul al ariilor figurilor. 24.2. Utilizarea formulelor de calcul al ariilor figurilor geometrice studiate în rezolvarea problemelor, a situațiilor-problemă din diferite domenii (fizică, tehnică, construcții).	Arii. $A_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $A_{\Delta} = \frac{ab \sin C}{2}$; $A_{\Delta} = pr$; $A_{\Delta} = \frac{abc}{4S}$; $A_{\text{patrulat. convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin[\angle(d_1, d_2)]}{2}$.

	24.3. Calcularea ariilor în situații reale și/sau modelate. 24.5. Investigarea relației matematice între aria unui poligon și numărul de puncte laticale de pe conturul și din interiorul său	
25	25.1. Identificarea și aplicarea în diverse contexte a proprietăților unghiului înscris în cerc. 25.2. Identificarea și aplicarea în diverse contexte a proprietăților tangentelor la cerc. 25.3. Investigarea proprietăților de inscriptibilitate pentru patrulatere. 25.4. Aplicarea teoremelor și a inegalității lui Ptolemeu în contexte reale sau modelate	Puncte conciclice Cercul lui Euler Patrulatere înscrise și circumscrise Puterea punctului în raport cu un cerc Teoremele I și II ale lui Ptolemeu Inegalitatea lui Ptolemeu
26	26.1. Clasificarea patrulaterele în baza proprietății de poziționare a diagonalelor. 26.2. Investigarea condițiilor de existență a patrulaterului ortodiagonal 26.3. Investigarea unor situații problemă și a unor configurații geometrice cu referire la proprietățile patrulaterele ortodiagonale.	Patrulatere ortodiagonale Teorema lui van Aubel referitoare la un patrulater

Clasa a IX-a

ALGEBRĂ		
Nr.	Unități de competență	Unități de conținut
1.	1.1. Explicarea modului oricărui număr real și aplicarea proprietăților modului în diverse contexte 1.2. Calcularea rădăcinii pătrate din numere reale nenegative, utilizând diverse metode. 1.3. Compararea numerelor reale utilizând modulul, aproximări, încadrarea unui număr real între doi întregi consecutivi, scoaterea factorilor de sub radical, introducerea factorilor sub radical. 1.4. Utilizarea regulilor de calcul pentru produsul/raportul a doi radicali și pentru raționalizarea numitorului. 1.5. Utilizarea de raționalizări sau introducerea/ scoaterea factorilor de sub radical pentru a compara/ordona numere iraționale	Modulul numărului real. Ecuații și inecuații cu necunoscuta sub semnul modului. Radicali de ordinul n. Proprietăți. Raționalizarea numitorului (numărătorului) Raționalizări pentru scoaterea factorilor de sub radical. Formula $\sqrt[n]{a^{2n}} = a $. Ecuații și inecuații iraționale, reductibile la rezolvarea unei ecuații sau inecuații de gradul al doilea.
2.	2.1. Aplicarea în calcule a proprietăților putere cu exponent număr rațional. 2.2. Utilizarea în diverse situații reale și/sau modelate a estimărilor și aproximărilor pentru verificarea validității unor calcule cu numere reale, folosind puteri cu exponent rațional	Puterea numărului real pozitiv cu exponent rațional. Reguli de calcul cu puteri.

3.	3.1. Determinarea unor puncte care aparțin graficului unei funcții numerice în condiții date 3.2. Determinarea intersecțiilor graficelor unor funcții numerice 3.3. Determinarea indicatorilor tendinței centrale a unui set de date. 3.4. Sortarea și organizarea unor date după criterii de tip dependență funcțională 3.5. Aplicarea proprietăților funcției de gradul II în rezolvarea ecuațiilor, a inecuațiilor, a problemelor, a situațiilor-problemă, în studiul unor procese fizice, chimice, biologice, economice, sociale, modelate prin funcții. 3.6. Justificarea unui demers/ rezultat obținut sau indicat cu referire la funcții, recurând la argumentări, demonstrații 3.7. Interpretarea proprietăților unei funcții prin analiza reprezentării grafice	Funcția de gradul doi. Proprietățile și reprezentarea grafică a ei. Lectură grafică. Transformări ale graficelor funcțiilor: translația paralelă cu axele de coordonate. Studiul unor procese fizice, chimice, biologice, economice, sociale, modelate prin funcții. Probleme de maxim și minim.
4.	4.1. Identificarea unor dependențe funcționale în situații reale și/sau modelate 4.2. Transpunerea în limbajul funcțiilor a diferitor situații. 4.3. Aplicarea proprietăților funcțiilor putere în rezolvarea ecuațiilor, a inecuațiilor, a problemelor. 4.4. Interpretarea proprietăților unei funcții prin analiza reprezentării grafice	Funcții putere. Proprietățile și reprezentările grafice ale lor.
5.	5.1. Identificarea și clasificarea polinoamelor. 5.2. Aplicarea proprietăților funcțiilor polinomiale la rezolvarea problemelor formulate situații reale și/sau modelate. 5.3. Aplicarea algoritmilor pentru optimizarea operațiilor cu monoame, polinoame și fracții algebrice. 5.4. Utilizarea teoremei împărțirii cu rest, a teoremei lui Bezout în diverse contexte 5.5. Aplicarea proprietăților funcțiilor polinomiale și a fracțiilor algebrice în rezolvarea ecuațiilor, a inecuațiilor, a problemelor. 5.6. Folosirea descompunerii în factori a polinoamelor, în probleme de divizibilitate și în rezolvări de ecuații.	Monoame și polinoame. Operații. Rădăcinile unui polinom. Determinarea rădăcinilor unui polinom de o singură nedeterminată și a multiplicității acestora. Divizibilitatea polinoamelor. Teorema împărțirii cu rest pentru polinoame. Factorizări. Polinoame simetrice și antisimetrice. Fracții algebrice. Operații. Proprietăți.
6.	6.1. Identificarea și aplicarea terminologiei, a notațiilor aferente noțiunilor de ecuație, inecuație, sistem de ecuații, sistem de inecuații, în diverse contexte. 6.2. Selectarea și aplicarea metodei adecvate de rezolvare a ecuațiilor, a inecuațiilor și a sistemelor de ecuații/inecuații.	Ecuații și sisteme de ecuații. Inecuații și sisteme de inecuații. Metoda intervalor.

	6.3. Aplicarea ecuațiilor și a sistemelor de ecuații la rezolvarea problemelor. 6.4. Crearea și rezolvarea unor probleme simple în baza unui model dat: ecuație, inecuație, sistem. 6.5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora.	
7.	7.1. Utilizarea lecturii grafice în demonstrarea unor inegalități. 7.2. Generalizarea unor inegalități pentru diverse mulțimi numerice. 7.3. Justificarea unui demers/ rezultat obținut sau indicat recurgând la inegalități remarcabile.	Inegalități. Inegalitatea mediilor $\frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 + a_2 + \dots + a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$ $\forall a_i \in \mathcal{R}_+, \quad i = \overline{1, n} \text{ și } \forall n \in \mathcal{N}$ Inegalitatea Cauchy – Buniakowski – Schwarz $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2$ $\forall a_i, b_i \in \mathcal{R}_+, \quad i = \overline{1, n} \text{ și } \forall n \in \mathcal{N}$ Inegalitatea lui Schur Dacă $x, y, z \in \mathcal{R}_+$, atunci $t \geq 0$, avem: $x^t(x - y)(x - z) + y^t(y - x)(y - z) + z^t(z - x)(z - y) \geq 0$, cu egalitate dacă și numai dacă $x = y = z$ sau dacă două dintre numerele x, y, z sunt egale și al treilea este nul; dacă $xyz = 0$, impunem restricția $t > 0$.
GEOMETRIE		
8.	8.1. Aplicarea unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri. 8.2. Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile unor configurații geometrice. 8.3. Identificarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice egalitatea unor rapoarte de lungimi, de măsuri ale unghiurilor. 8.4. Aplicarea elementelor de trigonometrie și a relațiilor de asemănare la rezolvarea problemelor de loc geometric.	Relații trigonometrice în triunghi. Teorema sinusurilor, teorema cosinusurilor. Teorema Ceva în formă trigonometrică. Cercul înscris, cercul circumscris, cercul exînscriș. Axa radicală. Probleme de loc geometric. Simediana. Teorema lui Steiner. Teorema fluturelui.
9.	9.1. Analizarea comparativă a teoremelor de paralelism în plan și spațiu. 9.2. Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile unor configurații geometrice spațiale. 9.3. Identificarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date de paralelism, măsuri ale mărimilor sau rapoarte între ele.	Teoreme de paralelism; teorema lui Menelaus în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaus. Teorema lui Thales în spațiu.
10.	10.1. Identificarea și clasificarea în baza a diferite criterii a tipurilor de transformări geometrice în spațiu în situații reale și/ sau modelate.	Axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic. Axa de simetrie a piramidei patrulater regulate. Simetria față de un plan.

	10.2. Identificarea și utilizarea terminologiei aferente transformărilor geometrice în situații diverse. 10.3. Reprezentarea în plan a configurațiilor obținute în rezultatul aplicării transformărilor geometrice. 10.4. Aplicarea transformărilor geometrice și a proprietăților acestora în rezolvarea problemelor. 10.5. Justificarea unui rezultat geometric obținut sau indicat, recurgând la argumentări, demonstrații în baza proprietăților transformărilor geometrice și a proprietăților. 10.6. Aplicarea proprietăților corpurilor cu axe de simetrie la justificarea unui rezultat geometric. 10.7. Rezolvarea problemelor de construcție a secțiunilor în poliedre cu simetrii.	Secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie.
11.	11.1. Modelarea unor poziții relative ale punctelor, ale dreptelor, ale figurilor în plan și spațiu, ale planelor în spațiu în contextul relației de perpendicularitate în spațiu. 11.2. Reprezentarea în plan a unor configurații geometrice plane și/sau spațiale în contextul relației de perpendicularitate în spațiu. 11.3. Utilizarea criteriilor de perpendicularitate a dreptelor, a dreptelor și planelor, a planelor în rezolvarea problemelor, în situații reale și/sau modelate. 11.4. Interpretarea perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței.	Perpendicularitate în spațiu. Proiecții ortogonale pe un plan. Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector.
12.	12.1. Aplicarea combinațiilor de corpuri geometrice pentru a identifica și a explica situații, procese, fenomene din diverse domenii. 12.2. Calcularea măsurilor unghiurilor, lungimilor, ariilor suprafețelor și volumelor în combinații de corpuri geometrice date și/sau obținute. 12.3. Justificarea unui demers/ rezultat obținut sau indicat cu combinații de corpuri geometrice, recurgând la argumentări, demonstrații.	Poliedre combinate. Sfere circumscrise, sfere înscrise și exînscrie în corpuri regulate.

Bibliografie

1. AKOPYAN, A. *Geometry in Figures*. 2011, 129 p.
2. ANDREESCU, T., POHOAȚĂ, C. 110 Geometry Problems. 2014, 249 p.
3. BALTAG, V, CINIC, B, GOIAN, I., GUȚU, V., IZMAN, M. Olimpiadele de matematică ale Republicii Moldova (1957-2001). Zalău: GIL, 2010. 240 p.

4. BĂLĂUCĂ, A. *Algebra. Geometrie. 1168 de probleme semnificative pentru olimpiade, concursuri si centre de excelenta. Clasa a VIII-a*. Ediția a VIII-a, conform programei pentru olimpiade, 2022.
5. BĂLĂUCĂ, A., BUDEANU, C., MÎRȘANU, G. *Olimpiadele Naționale ale României și Republicii Moldova. Olimpiadele Balcanice pentru juniori (OBMJ) clasele V-VIII*. ed. Taida, Partea I, 1980 – 2013. 2016, 344 p.
6. BĂLĂUCĂ, A., BUDEANU, C., MÎRȘANU, G., TELEUCĂ, M., *Olimpiadele Naționale ale României și Republicii Moldova. Olimpiadele Balcanice pentru juniori (OBMJ) clasele V-VIII*. 2014-2020. ed. Taida, 2021, 212 p.
7. BELOUSOV, V., IZMAN, M., SOLTAN, V. ș.a. *Olimpiadele republicane de matematică*. Ch.: Lumina, 1985. 152 p.
8. BOREICO, I., TELEUCĂ, M. *Jocuri și Invarianți*. Editura GIL, Romania, 2007. 70 p.
9. BRÂNZEI, D., POPA, G., MARINESCU, D. Ș., ȘERBĂNESCU, D., ȘERDEAN, I., ȘERDEAN, V. *10 ani de olimpiade balcanice ale juniorilor*. ed. Paralela 45, 2007. 168 p.
10. BRÂNZEI, D., ȘERDEAN, I., ȘERDEAN, V. *Olimpiadele Balcanice de Matematică pentru juniori*. ed. Plus, 2003.
11. CHEN, E. *Euclidean Geometry in Mathematical Olympiads*. V. 27. MAA Press, 2016. 311 p.
12. CHIRIAC, L. *Geometrie competitivă*. Ch.: Prut Internațional, 2008. 104 p.
13. CINDREA, I. A. *Matematica, de drag: algebră*. București: Compania, 2003. 301 p.
14. CINDREA, I. A. *Matematica, de drag: geometrie*. București: Compania, 2003. 304 p.
15. TELEUCĂ, M., NIPOMICI, D. *Concursul de Matematică „Orizont Math Cup”: Probleme și soluții*. Chișinău: Universitatea de Stat din Tiraspol, Liceul Teoretic „Orizont”, 2022. 138 p.
16. COXETER, H.S.M., GREITZER, S.L. *Geometry Revisited*. MAA, 1967.
17. DRÎMBE, M.O. *Inegalități, idei și metode*. Zalău: GIL, 2003, 430 p.
18. ENGEL, A. *Probleme de matematică – strategii de rezolvare*. Trad. M. Bălună. Zalău: GIL, 2006. 464 p.
19. GARDNER, M. *Mathematical puzzles and diversions*. University of Chigaco Press, 1988.
20. Gazeta Matematică – seria B. <https://gmb.ssmr.ro/despre/redactie>
21. GHERGU, M. *Probleme pentru pregătirea olimpiadelor de matematică*, cl. VI-VIII. Ed. GIL, 2004.
22. IAVORSCHI, V. *Culegere de exerciții și probleme pentru concursuri*. Chișinău, Editura Prut Internațional. 2004.

23. KORTEZOV, I., DOICHEV, S., BASARAB, M., VOINEA, M., PREDA, D. F. *Matematică pentru pregătirea olimpiadelor școlare și balcaniadei pentru juniori. Combinatorică*. Ed. SITECH, 2012.
24. LALESCU, T. *Geometria triunghiului*. Ed. Apollo, 1993.
25. NICOLESCU, L., BOSKOFF, V. *Probleme practice de geometrie*. Ed. Tehnică, 1990.
26. PANAITOPOL, L., ȘERBĂNESCU, D. *Probleme de teoria numerelor și combinatorică pentru juniori*. ed. GIL, 2003.
27. POP, V., TELEUCĂ, M. *Probleme de combinatorică elementară*. SSMR, 2013.
28. POPA, G., SCHWARZ, D. *Probleme de numărare*. Ed. GIL, 2007.
29. Recreații Matematice. Revistă de matematică pentru profesori și elevi. recreatiimatematice.ro/?i=1
30. SHARYGIN, I. *Problems in Plane Geometry*. 1988, 408 p.
31. STRETCU, D. *Probleme de colorare*. Ed. Paralela 45, 2010.
32. TELEUCĂ, M., IVANOV, A. *Probleme de geometrie competitivă*. Editura GIL, România, 2009. 225 p.
33. TELEUCĂ, M., SALI, L., DUMINICĂ, T. *Matematica: Ghid de pregătire pentru concursurile gimnaziale*. Suceava: Ed. George Tofan, 2023. 260 p.
34. TELEUCĂ, M., POP V., CROITORU, D. *Probleme de teoria elementară a numerelor pentru concursurile școlare*. Ch: Editura MEGA, 2016. 160 p. ISBN 978-606-543-732-6.
35. АГАХАНОВ, Н. Х. Муниципальный этап XLII Всероссийской олимпиады школьников по математике в Московской области. În: Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. *Математика в школе*. 2016. № 2. с. 14 – 26.
36. ПРАСОЛОВ, В. *Задачи по планиметрии*. М. 2007, 640 с.

Recepționat / Received: 18.02.2025

Acceptat / Accepted: 21.03.2025

Email: marcel.teleuca@math.usm.md
larisa.sali@tsu.com