

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА РЕЗУЛЬТАТЫ УЧАЩИХСЯ

Оксана ГРАДИНАРЬ, кандидат педагогических наук

<https://orcid.org/0000-0003-2628-4251>

Государственный Университет им. Алеку Руссо, Бэлць, Молдова

Виолетта БОГДАНОВА, кандидат педагогических наук

<https://orcid.org/0000-0003-4140-6317>

Государственный Педагогический Университет "Ион Крянгэ", Кишинэу, Молдова

Аннотация. Данная статья посвящена статистическому исследованию методов обучения и их влиянию на успеваемость учащихся по математике в образовательном учреждении г. Бэлць. В рамках исследования были проанализированы результаты тестов 39 учеников, разделенных на две группы: 22 ученика обучались традиционному методу, основанному на лекциях и домашних заданиях, а 17 учеников использовали проектный метод, развивающий навыки критического мышления и командной работы. Для оценки статистической значимости различий в успеваемости применялся однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA) критерий Розенбаума (Q). Результаты показали, что проектный метод обучения значительно повышает уровень успеваемости учащихся по математике по сравнению с традиционным подходом. Исследование продемонстрировало важность использования разнообразных методов обучения для достижения более высоких результатов в учебе.

Ключевые слова: методы обучения, успеваемость учащихся, статистическое исследование, однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA), критерий Розенбаума (Q).

STATISTICAL STUDY OF TEACHING METHODS AND THEIR INFLUENCE ON STUDENTS' PERFORMANCE

Oxana GRADINARI, doctor in pedagogical sciences

"Alecu Russo" State University from Balti, Moldova

Violeta BOGDANOVA, doctor in pedagogical sciences

"Ion Creangă" State Pedagogical University from Chisinau, Moldova

Abstract. This article is devoted to a statistical study of teaching methods and their influence on students' performance in mathematics at an educational institution in Bălți. The study analyzed the test results of 54 students, divided into two groups: 22 students were taught using traditional methods based on lectures and homework, while 17 students utilized the project method, which develops critical thinking and teamwork skills. To assess the statistical significance of the differences in performance, the one-way analysis of variance (ANOVA) and (Q) Rosenbaum criterion was applied. The results showed that the project-based learning method significantly improves students' mathematics performance compared to the traditional approach. The study demonstrated the importance of using diverse teaching methods to achieve higher academic outcomes.

Key words: teaching methods, student performance, statistical study, one-way analysis of variance (ANOVA), Rosenbaum criterion (Q).

Введение

В современном образовании выбор методов обучения играет ключевую роль в успешности учащихся. Эффективные стратегии преподавания способны не только повысить уровень знаний, но и сформировать у учеников важные навыки, такие как критическое мышление и командная работа. В последние десятилетия наблюдается значительный интерес к различным педагогическим подходам, включая традиционные методы, основанные на лекциях и домашних заданиях, и более современные подходы, такие как проектное обучение.

Проектный метод, предполагающий активное участие учащихся в групповом выполнении проектов, зарекомендовал себя как средство, способствующее развитию положительной атмосферы в классе и взаимодействия учащихся. Однако, несмотря на растущее число исследований, сравнивающих эти подходы, необходимы более детальные статистические анализы, чтобы оценить их влияние на успеваемость учащихся по математике.

Данная статья направлена на изучение влияния традиционного и проектного методов обучения на результаты тестирования учащихся в области математики в образовательном учреждении города Бэлць. Сравнительный анализ активности и успеха учеников, обучавшихся по разным методам, позволит определить, какой из подходов более эффективен в повышении уровня успеваемости. Исследование поможет не только учителям, но и образовательным учреждениям в формировании планов по улучшению качества образования и адаптации учебного процесса к современным требованиям.

1. Контекст и цели исследования

В образовательном учреждении г. Бэлць проводится исследование, с целью определения степени влияния различных методов обучения, на успеваемость учащихся по математике. В группах испытуемых было реализовано два разных подхода обучения:

1. *Традиционный подход* - основная часть обучения происходила в формате лекций, где преподаватель излагает материал, объясняет ключевые концепции и демонстрирует примеры. Занятия были строго структурированы, с чётко определёнными целями и планом. В конце урока преподаватель систематически назначал домашнее задание, которое служило для закрепления пройденного материала. Учащиеся выполняли полученные задания индивидуально, что позволило им самостоятельно работать над своими знаниями.
2. *Проектный метод* - фокусировался на практическом выполнении задач и решении реальных проблем через совместную работу и творческий подход.

После 1-го учебного семестра были собраны результаты тестов учащихся по математике (таб. 1).

Таблица 1. Результаты тестов по математике

Дидактический подход	Ко-во учеников	Результаты (баллы)
Проектный метод	17	85, 88, 90, 80, 87, 85, 88, 90, 80, 87, 85, 88, 90, 80, 87, 80, 87
Традиционный подход	22	70, 75, 68, 82, 78, 70, 75, 68, 82, 78, 70, 75, 68, 82, 78, 50, 75, 68, 82, 78, 82, 78
Итого	39 учеников	

Графически данные представлены ниже (рис. 1):

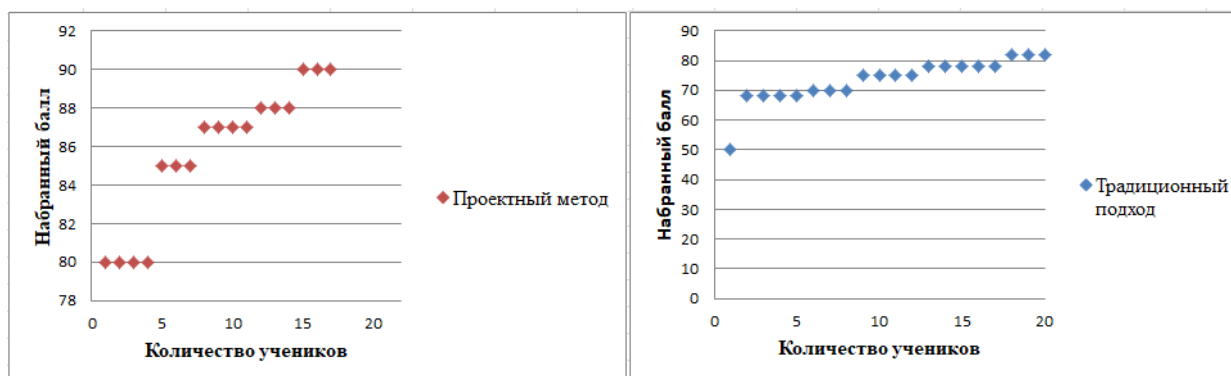


Рисунок 1. Графическое представление данных

Вопрос: Можно ли утверждать, что одна из групп превосходит другую по уровню успеваемости?

2. Статистическое исследование с применением однофакторного дисперсионного анализа (ANOVA)

Для сравнения средних значений в двух независимых группах, с целью определения существования значимых различий между ними, будем использовать однофакторный дисперсионный анализ [1, 2, 3, 4]. Это означает, что сравниваться будет влияние только одного фактора (метод обучения) на количественный результат (успеваемость учащихся по математике).

В начале, формулируются гипотезы:

H_0 : Средние показатели успеваемости по математике в группах, обучающихся разными методами, не различаются, то есть метод обучения не оказывает влияния на результаты (средние равны).

H_1 : Средние показатели успеваемости по математике в по крайней мере одной из групп отличаются, то есть метод обучения влияет на результаты (средние не равны).

Далее, рассчитываем основные параметры по таб. 1.

Баллы группы 1(проектный метод): 85, 88, 90, 80, 87, 85, 88, 90, 80, 87, 85, 88, 90, 80, 87, 80, 87. $n_1 = 17$.

Найдём среднее $\bar{x}_1$:

$$\frac{85 + 88 + 90 + 80 + 87 + 85 + 88 + 90 + 80 + 87 + 85 + 88 + 90 + 80 + 87 + 80 + 87}{17} = \frac{1457}{17} = 85,71$$

Баллы группы 2 (традиционный подход): 70, 75, 68, 82, 78, 70, 75, 68, 82, 78, 70, 75, 68, 82, 78, 50, 75, 68, 82, 78, 82, 78. $n_2 = 22$.

Найдём среднее $\bar{x}_2$:

$$\frac{70 + 75 + 68 + 82 + 78 + 70 + 75 + 68 + 82 + 78 + 70 + 75 + 68 + 82 + 78 + 50 + 75}{22} + \frac{68 + 82 + 78 + 82 + 78}{22} = \frac{1632}{22} = 74,18$$

Для удобства все полученные данные занесём в таблицу 2:

Таблица 2. Сумма и среднее значение испытуемых групп

Группы	Количество учащихся	Сумма	Среднее
Проектный метод	17	1457	85,71
Традиционный подход	22	1632	74,18

Затем, рассчитаем вариацию внутри групп. Для каждого балла x_i считаем сумму квадратов отклонений от среднего:

$$(x_i - \bar{x})^2$$

Пример расчета для первой группы:

$$\begin{aligned} (85 - 85,71)^2 &= (-0,71)^2 = 0,50 & (87 - 85,71)^2 &= (1,29)^2 = 1,66 \\ (88 - 85,71)^2 &= (2,29)^2 = 5,24 & (85 - 85,71)^2 &= (-0,71)^2 = 0,50 \\ (90 - 85,71)^2 &= (4,29)^2 = 18,41 & (88 - 85,71)^2 &= (2,29)^2 = 5,24 \\ (80 - 85,71)^2 &= (-5,71)^2 = 32,60 & (90 - 85,71)^2 &= (4,29)^2 = 18,41 \\ (87 - 85,71)^2 &= (1,29)^2 = 1,66 & (80 - 85,71)^2 &= (-5,71)^2 = 32,60 \\ (85 - 85,71)^2 &= (-0,71)^2 = 0,50 & (87 - 85,71)^2 &= (1,29)^2 = 1,66 \\ (88 - 85,71)^2 &= (2,29)^2 = 5,24 & (80 - 85,71)^2 &= (-5,71)^2 = 32,60 \\ (90 - 85,71)^2 &= (4,29)^2 = 18,41 & (87 - 85,71)^2 &= (1,29)^2 = 1,66 \\ (80 - 85,71)^2 &= (-5,71)^2 = 32,60 \end{aligned}$$

Теперь сложим все квадраты:

$$0,50 + 5,24 + 18,41 + 32,60 + 1,66 + 0,50 + 5,24 + 18,41 + 32,60 + 1,66 + 0,50 + 5,24 + 18,41 + 32,60 + 1,66 + 32,60 + 13,66 = 209,49.$$

Пример расчета для второй группы:

$$\begin{aligned} (70 - 74,18)^2 &= (-4,18)^2 = 17,47 & (75 - 74,18)^2 &= (0,82)^2 = 0,67 \\ (75 - 74,18)^2 &= (0,82)^2 = 0,67 & (68 - 74,18)^2 &= (-6,18)^2 = 38,19 \\ (68 - 74,18)^2 &= (-6,18)^2 = 38,19 & (82 - 74,18)^2 &= (-7,82)^2 = 60,53 \\ (82 - 74,18)^2 &= (-7,82)^2 = 60,53 & (78 - 74,18)^2 &= (3,82)^2 = 14,59 \\ (78 - 74,18)^2 &= (3,82)^2 = 14,59 & (50 - 74,18)^2 &= (-24,18)^2 = 584,67 \\ (70 - 74,18)^2 &= (-4,18)^2 = 17,47 & (75 - 74,18)^2 &= (0,82)^2 = 0,67 \\ (75 - 74,18)^2 &= (0,82)^2 = 0,67 & (68 - 74,18)^2 &= (-6,18)^2 = 38,19 \\ (68 - 74,18)^2 &= (-6,18)^2 = 38,19 & (82 - 74,18)^2 &= (-7,82)^2 = 60,53 \\ (82 - 74,18)^2 &= (-7,82)^2 = 60,53 & (78 - 74,18)^2 &= (3,82)^2 = 14,59 \end{aligned}$$

$$(78 - 74,18)^2 = (3,82)^2 = 14,59$$

$$(82 - 74,18)^2 = (-7,82)^2 = 60,53$$

$$(70 - 74,18)^2 = (-4,18)^2 = 17,47$$

$$(78 - 74,18)^2 = (3,82)^2 = 14,59$$

Далее, сложим все квадраты:

$$17,47 + 0,67 + 38,19 + 61,17 + 14,59 + 17,47 + 0,67 + 38,19 + 61,17 + 14,59 + \\ + 17,47 + 0,67 + 38,19 + 61,17 + 14,59 + 584,67 + 0,67 + 38,19 + 61,17 + 14,59 + \\ + 61,17 + 14,59 = 1171.$$

Среднее общее:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \cdot \bar{x}_1 + n_2 \cdot \bar{x}_2}{n_1 + n_2} = \frac{17 \cdot 85,71 + 22 \cdot 74,18}{39} = \frac{3089}{39} = 79,21.$$

Рассчитаем сумму квадратов отклонений межгрупповой вариации:

$$n_1 \cdot (\bar{x}_1 - \bar{x})^2 + n_2 \cdot (\bar{x}_2 - \bar{x})^2$$

Подставим:

$$17 \cdot (85,71 - 79,21)^2 + 22 \cdot (74,18 - 79,21)^2 = 17 \cdot (6,5)^2 + 22 \cdot (-5,03)^2 = \\ = 718,25 + 556,60 = 1274,85$$

Высчитываем степени свободы межгрупповые:

$$df_1 = k - 1 = 2 - 1 = 1.$$

Высчитываем степени свободы внутригрупповые:

$$df_2 = n - k = 39 - 2 = 37.$$

Вычисляем средние квадраты, поделив сумму квадратов межгрупповой вариации на степени межгрупповой свободы:

$$\frac{1274,85}{1} = 1274,85$$

Вычисляем средние квадраты, поделив сумму квадратов первой группы и второй на степень внутригрупповой свободы:

$$\frac{1171 + 209,49}{37} = \frac{1380,49}{37} = 37,30$$

Вычисляем F-статистику, поделив средние квадраты друг на друга:

$$\frac{1274,85}{37,30} \approx 34,19$$

Все эти величины объединяем в таблицу дисперсионного анализа, содержание которой иллюстрирует таблица 3.

Таблица 3. Дисперсионный анализ

Источник вариации	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
Между группами	1274,85	1	1274,85	34,19
Внутри групп	1380,49	37	37,30	
Итого	2655,34	38		

Критическое значение F при $\alpha = 0.05$ и $df_1 = 1, df_2 = 37 \approx 4.11$ [1, с. 50].

Поскольку вычисленное F (≈ 34.19) значительно больше критического (4.11), гипотеза H_0 отвергается. Это значит, что можно утверждать: существует статистически значимая разница в показателях успеваемости по математике между

группой, обучающейся традиционным методом, и группой, использующей проектный метод.

3. Статистическое исследование с применением критерия Розенбаума (Q)

Для проверки статистически значимых различий в успеваемости учащихся, получивших образование по различным подходам обучения, применялся критерий Розенбаума (Q). Использование данного критерия предназначено для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного [5, 6, 7].

Итак, индивидуальные значения успеваемости из таб. 1 для выборок учащихся упорядочиваются по нарастанию (таблица 4):

Таблица 4. Индивидуальные значения успеваемости в выборках учащихся

№	Проектный метод	№	Традиционный подход
1.	80	1	50
2.	80	2	68
3.	80	3	68
4.	80	4	68
5.	85	5	68
6.	85	6	70
7.	85	7	70
8.	87	8	70
9.	87	9	75
10.	87	10	75
11.	87	11	75
12.	88	12	75
13.	88	13	78
14.	88	14	78
15.	90	15	78
16.	90	16	78
17.	90	17	78
		18	82
		19	82
		20	82
		21	82
		22	82

Далее, формулируются гипотезы:

H_0 : Уровень успеваемости по математике учащихся в группе с проектным методом обучения не превышает уровень успеваемости учащихся в группе с традиционным подходом обучения.

H_1 : Уровень успеваемости по математике учащихся в группе с проектным методом обучения превышает уровень успеваемости учащихся в группе с традиционным подходом обучения.

Затем, упорядочиваются ряды индивидуальных значений в двух выборках по убыванию (таб. 5).

Таблица 5. Ряды индивидуальных значений в двух выборках

№	Проектный метод	№	Традиционный подход
1	 S_1		
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
		1	82
		2	82
		3	82
		4	82
		5	82
14	80		
15	80		
16	80		
17	80		
		6	78
		7	78
		8	78
		9	78
		10	78
		11	75
		12	 S_2
		13	
		14	
		15	
		16	
		17	
		18	
		19	
		20	
		21	
		22	50

По таблице 5 определяется количество значений первого ряда, которые больше максимального значения второго ряда: $S_1 = 13$.

Далее, определяется количество значений второго ряда, которые меньше минимального значения второго ряда: $S_2 = 17$.

Вычисляется:

$$Q_{\text{эмп}} = S_1 + S_2 = 13 + 17 = 20.$$

Определяются критические значения Q [1, с. 8] для $n_1 = 17, n_2 = 22$:

$$Q_{\text{кр}} = \begin{cases} 7 & (p \leq 0,05) \\ 9 & (p \leq 0,01) \end{cases}$$

Затем, строится ось значимости (рис. 2).

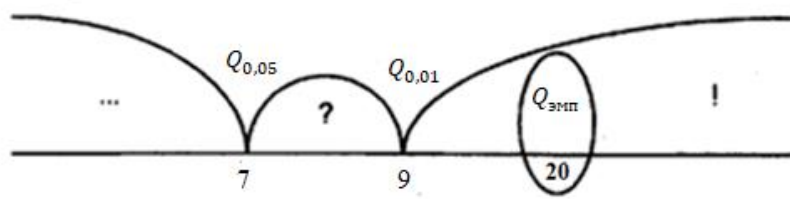


Рисунок 2. Ось значимости

По рисунку видно, что $Q_{\text{эмп}} > Q_{\text{кр}} (p \leq 0,01)$.

Ответ: H_0 отклоняется.

Принимается H_1 . Уровень успеваемости по математике учащихся в группе с проектным подходом обучения превышает уровень успеваемости учащихся в группе с традиционным подходом обучения.

4. Анализ и сопоставление статистических методов: однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA) и критерий Розенбаума (Q)

Проведя анализ и сопоставление статистических методов (таб. 6): однофакторного дисперсионного анализа (ANOVA) и критерия Розенбаума (Q) можно отметить следующие ключевые моменты: ANOVA используется для выявления значимых различий в средних значениях между двумя или более группами при условии нормального распределения данных и гомогенности дисперсий; Критерий Розенбаума (Q) — непараметрический тест, применяемый для сравнения двух независимых выборок без строгих предположений о распределении данных.

Таблица 6. Сравнительный анализ применённых методов

Характеристика	Однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA)	Критерий Розенбаума (Q)
Тип данных	Количественные, с предположением нормальности	Количественные или порядковые, без предположений о распределении
Проверяемая гипотеза	Равенство средних	Различие распределений (непараметрическая)

Чувствительность к выбросам	Высокая	Низкая
Сложность вычислений	Средняя (дисперсии и средние)	Низкая (только порядок и подсчет)
Информация о величине эффекта	Есть (разница средних)	Нет (только наличие/отсутствие разницы)
Применимость при малых выборках	Может быть ограничена	Хорошо подходит

Как видно из таблицы 6, при выборе одного из указанных выше, статистических методов необходимо учитывать преимущества и недостатки: однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA) обеспечивает подробный анализ и оценку величины эффекта при выполнении предпосылок, но чувствительна к выбросам и нарушениям нормальности, тогда как критерий Розенбаума (Q) более устойчив к таким нарушениям и не требует строгих предположений, однако не даёт информации о размере эффекта и может иметь меньшую мощность при больших выборках.

Практическое применение данных методов, позволило авторам сделать вывод о том, что в ситуациях с небольшими выборками или при сомнении в выполнении предпосылок нормальности и равенства дисперсий предпочтительнее использовать непараметрический критерий Розенбаума (Q). Если данные удовлетворяют требованиям однофакторного дисперсионного анализа ANOVA, этот метод предоставляет более глубокий аналитический взгляд на различия между группами.

Использование обоих методов в настоящем исследовании дало возможность проверить устойчивость и достоверность результатов. В рассматриваемом случае оба теста подтвердили статистически значимое преимущество проектного метода обучения по уровню успеваемости, что усиливает надёжность выводов исследования.

Выводы

Оба метода служат одной цели – проверить, есть ли статистически значимая разница между группами. Однофакторный дисперсионный анализ ANOVA предоставляет более подробный анализ при выполнении предпосылок, в то время как критерий Розенбаума (Q) — надёжный, простой альтернативный непараметрический тест, менее чувствительный к нарушениям условий. В настоящем исследовании оба метода дали согласующиеся результаты, что укрепляет вывод о превосходстве проектного метода обучения по уровню успеваемости.

Библиография

1. ЧАЛГАНОВА, А. А. *Выполнение задачи однофакторного дисперсионного анализа с использованием табличного процессора Excel*. Учебное пособие по дисциплине «Статистика». – Санкт-Петербург: РГГМУ, 2022. 52 с.
2. ПОДЖИВОТОВ, Н. Ю. Оценка результатов испытаний с помощью однофакторного дисперсионного анализа. В: *Труды ВИАМ*, 2022. № 8 (114). с. 141-152.
3. ПЕТРАШИН, И. В., СУВОРИКОВ, Е. Е. Использование однофакторного дисперсионного анализа для проверки гипотез. В: *Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы, достижения и инновации. сборник статей XVIII Международной научно-практической конференции*. В 2 частях. 2018. с. 17-19.
4. СТАРИЧЕНКО, Б. Е. *Обработка и представление данных педагогических исследований с помощью компьютера*. Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2004. – 218 с. ISBN 5-7186-0181-X.
5. СЕРЕДЕНКО, П. В. *Методы математической статистики в психолого-педагогических исследованиях: учеб. пособ.* – 2-е изд., испр. и доп. Южно-Сахалинск: СахГУ, 2009. 52 с.
6. УШАКОВА, И. А. Применение Q-критерия Розенбаума для сравнения рейтинговых баллов. В: *Сборник статей по материалам X международной научно-практической конференции*. Том № 9 (10). 2017. с.163-166.
7. КАЛАЧЁВА, И. В. *Использование методов математической статистики в работе специалистов социально-педагогической и психологической службы учреждений образования: практическое пособие*. Могилёв: УО «МГОИРО», 2015. 93 с. ISBN 978-985-90362-1-7.

Receptionat / Received: 29.04.2025

Acceptat / Accepted: 19.06.2025

Email: kira27092012@gmail.com

bogdanovaleta@gmail.com