

CZU: 373.5.016:51(043.2)

DOI: 10.36120/2587-3636.v42i4.63-74

**PROGRAM PENTRU PREGĂTIREA ELEVILOR DE LICEU
CĂTRE CONCURSURI ȘI OLIMPIADE ȘCOLARE
LA DISCIPLINA MATEMATICĂ**

Marcel TELEUCA, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-1730-5284>

Universitatea de Stat din Moldova, IMI „V. Andrunachievici”

Larisa SALI, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-1172-3055>

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Republica Moldova

Rezumat. Lucrarea propune profesorilor un model de proiectare a programului de pregătire a elevilor de liceu care participă la concursuri și olimpiade școlare de matematică. Construcția metodologică se bazează pe curriculumul național și pe programa pentru clasele a VII-a – a IX-a, publicată în numărul 1(39) al revistei. Autorii urmăresc corelarea dintre cerințele competiționale și conținuturile didactice, cu accent pe dezvoltarea competențelor matematice avansate.

Cuvinte cheie: curriculum, competență matematică, îmbogățire curriculară, activitate extracurriculară.

**PROGRAM FOR PREPARING HIGH SCHOOL STUDENTS
FOR SCHOOL COMPETITIONS AND OLYMPIADS IN MATHEMATICS**

Abstract. The paper proposes to teachers a model for designing the training program for high school students who participate in mathematics contests and school olympiads. The methodological framework is based on the national curriculum and the syllabus for grades VII to IX, published in issue 1 (39) of the journal. The authors aim to correlate the competency requirements with the teaching content, with an emphasis on developing advanced mathematical skills.

Key words: curriculum, mathematical competence, curricular enrichment, extracurricular activity.

Prezentul program este parte componentă a Curriculumului Național, fiind destinat profesorilor care vor pregăti elevii pentru concursurile naționale și internaționale la matematică la treapta liceală de învățământ.

Programul prevede:

Aprofundarea obiectivelor de referință ale curriculumului-nucleu prin diversificarea activităților de învățare.

Extinderea obiectivelor și a conținuturilor din curriculumul-nucleu prin noi obiective de referință și unități de conținut la matematică.

Unitățile de conținut se referă la subiectele importante incluse în concursurile naționale de matematică și orientează elevii în pregătirea către barajele de selecție a echipei Republicii Moldova pentru concursurile internaționale la matematică [1-50].

Programul prevede dezvoltarea următoarelor competențe specifice:

CS 1. Explorarea proprietăților noțiunilor, a operațiilor și relațiilor între ele

manifestând interes pentru rigoare și precizie.

CS 2. Aplicarea raționamentului matematic la rezolvarea problemelor, dovedind claritate, corectitudine și concizie în exprimarea în limbaj matematic, recurgând la argumentări, susținând propriile idei și opinii.

CS 3. Investigarea seturilor de date, aplicând strategii variate și originale pentru probleme complexe, inclusiv cele fără soluții standard, manifestând perseverență și spirit analitic, demonstrând consecvență și abordare deductivă.

CS 4. Formularea de ipoteze, testarea și validarea acestora prin experimente matematice și integrarea instrumentelor digitale.

CS 5. Extrapolarea achizițiilor matematice pentru traducerea situațiilor reale în limbaj matematic și utilizarea modelelor pentru predicții sau demonstrații.

Clasa a X-a

ALGEBRĂ		
1.	1.1. Înțelegerea necesității extinderii conceptului de număr; 1.2. Utilizarea terminologiei aferente noțiunii de număr real în diverse contexte; 1.3. Efectuarea de calcule cu numere reale, argumentarea rezultatelor obținute și a tehnologiilor de calcul utilizate folosind proprietățile puterilor și a radicalilor. 1.4. Utilizarea estimărilor și a rotunjirilor pentru verificarea validității unor calcule cu numere reale.	Generalizarea noțiunii de număr real. Mulțimea numerelor reale. Operații cu numere reale. Puterea unui număr real cu exponent real.
2.	2.1. Identificarea și aplicarea terminologiei și a notațiilor aferente noțiunilor partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. 2.2. Aplicarea proprietăților noțiunilor de parte întreagă și parte fracționară la demonstrarea unor egalități, inegalități 2.3. Aplicarea proprietăților funcțiilor $f(x) = [x]$ și $f(x) = \{x\}$ la rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor	Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Proprietăți.
3.	3.1. Generalizarea noțiunii de număr real. 3.2. Utilizarea estimărilor și a rotunjirilor pentru verificarea validității unor calcule cu logaritmi. 3.3. Aplicarea proprietăților logaritmilor la demonstrarea identităților și a inegalităților.	Logaritmi. Proprietăți.
4.	4.1. Reprezentarea analitică, sintetică, grafică a mulțimilor și a operațiilor cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența, produsul cartezian, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan). 4.2. Alegerea și utilizarea de algoritmi pentru efectuarea unor operații cu mulțimi, cu propoziții și predicate. 4.3. Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor. 4.4. Utilizarea relațiilor dintre mulțimile numerice la rezolvarea problemelor. 4.5. Demonstrarea proprietăților unor submulțimi ale mulțimii numerelor reale utilizând noțiunile de numărabilitate, densitate, convexitate, marginire.	Elemente de logică matematică și teoria mulțimilor. Funcția caracteristică de mulțime. Mulțimi numărabile și nenumărabile (N, Z, Q sunt numărabile și R este nenumărabilă). Densitatea în R a mulțimilor Q și $R - Q$. Teorema de densitate a lui Kronecker. Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă. Teorema lui Helly.

5.	5.1. Identificarea cardinalului reuniunii, intersecției unor mulțimi utilizând proprietățile operațiilor cu mulțimi. 5.2. Deducerea unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice, calcul de sume și produse. 5.3. Aplicarea principiului extremal ca metodă de raționament în rezolvarea unor probleme de algebră, geometrie, combinatorică.	Principiul inducției matematice. Șiruri. Determinarea termenului general. Calcul de sume și produse. Relații de recurență. Principiul includerii și excluderii. Principiul extremal.
6.	6.1. Utilizarea permutărilor, a aranjamentelor, a combinațiilor cu și fără repetiții și a proprietăților acestora pentru a identifica și a explica procese, fenomene din diverse domenii. 6.2. Utilizarea binomului lui Newton și/sau a formulei termenului general în rezolvarea problemelor. 6.3. Identificarea și aplicarea terminologiei și a notațiilor aferente elementelor din teoria grafurilor. 6.4. Justificarea unui demers/rezultat referitor la elementele de combinatorică, binomul lui Newton, grafuri recurând la argumentări, demonstrații. 6.5. Identificarea unor posibilități de distribuție a submulțimilor de elemente ale unei mulțimi. 6.6. Rezolvarea unor probleme de numărare, implicând șiruri definite recursiv. 6.7. Aplicarea unor strategii ale teoriei jocurilor la rezolvarea problemelor.	Elemente de combinatorică și binomul lui Newton. Elemente din teoria grafurilor. Drum Eulerian, Drum Hamiltonian Principii de enumerare. Numarare în 2 moduri, Colorari, Numere Catalan, Numere Ramsay, Numere Fibonacci, Teorema lui Erdos-Szekeres. Jocuri.
7.	7.1. Explorarea algoritmilor pentru optimizarea operațiilor cu monoame, polinoame și fracții algebrice. 7.2. Utilizarea teoremei împărțirii cu rest, a teoremei lui Bezout în diverse contexte. 7.3. Determinarea rădăcinilor polinoamelor și a multiplicității acestora. 7.4. Justificare a unui demers/rezultat obținut sau indicat, recurând la argumentări demonstrații. 7.5. Investigarea valorii de adevăr a unei afirmații, a unei propoziții utilizând demonstrații, exemple, contraexemplu.	Monoame și polinoame. Operații. Rădăcinile unui polinom. Divizibilitatea polinoamelor. Factorizări. Polinoame reductibile și ireductibile pe o mulțime dată de numere. Polinoame simetrice și antisimetrice.
8	8.1. Conștientizarea conceptului de funcție în diverse interpretări. 8.2. Clasificarea funcțiilor 8.3. Recunoașterea dependențelor funcționale în situații reale și/sau modelate și reprezentarea lor în diverse moduri (analitic, grafic, tabelar, prin diagrame). 8.4. Deducerea unor proprietăți (monotonie, paritate, periodicitate, mărginire, zerouri, extreme) ale funcțiilor numerice prin metode analitice și/sau prin lectură grafică. 8.5. Aplicarea funcțiilor pentru identificarea și explicarea unor fenomene, a unor procese fizice, chimice, biologice, sociale, economice.	Relații și funcții. Clasificări de funcții. Funcții injective, surjective, bijective. Operații pe mulțimea funcțiilor. Funcții inverse. Criterii de inversabilitate. Proprietățile funcțiilor: monotonie, mărginire, periodicitate, continuitate, convexitate și concavitate.
9	9.1. Identificarea în diferite situații a dependențelor funcționale de tip funcție 9.2. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații reale și/sau modelate prin funcții 9.3. Clasificarea în baza a diverse criterii a funcțiilor numerice	Funcțiile elementare principale (inclusiv cele trigonometrice), proprietăți, reprezentări grafice.

10	10.1. Rezolvarea ecuațiilor, a inecuațiilor, a sistemelor de două ecuații, a sistemelor de inecuații de tipurile studiate. 10.2. Transpunerea unor situații reale și/sau modelate în limbajul ecuațiilor, al inecuațiilor, al sistemelor de ecuații/inecuații, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului. 10.3. Analiza rezolvării unei ecuații, a unei inecuații, a unui sistem în contextul corectitudinii, simplității, clarității și al semnificației rezultatelor.	Ecuații și inecuații. Sisteme. Totalități.
11	11.1. Clasificarea ecuațiilor funcționale simple 11.2. Aplicarea metodei substituției la rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor funcționale. 11.3. Justificare rezolvării ecuațiilor și inecuațiilor funcționale, recurgând la argumentări bazate pe proprietățile funcțiilor.	Ecuații și inecuații funcționale. Ecuații funcționale de tip Cauchy, Jensen, d'Alambert
12	12.1. Generalizarea metodelor de demonstrație a inegalităților. 12.2. Justificare demonstrării inegalităților, recurgând la argumentări bazate pe proprietățile șirurilor numerice. 12.3. Demonstrarea inegalităților prin procedeul de reducere a numărului de variabile (mixing variables). 12.4. Utilizarea proprietăților de monotonie și concavitate a funcțiilor la demonstrarea inegalităților.	Inegalități de tip Jensen. Inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Minkowski. Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebîșev. Metoda lui Șturm.
TEORIA NUMERELOR		
13	13.1. Clasificarea numerelor întregi în baza criteriului de divizibilitate 13.2. Aplicarea proprietăților de divizibilitate a numerelor întregi în diverse contexte 13.3. Transpunerea proprietăților relației de divizibilitate în termeni de congruență. 13.4. Utilizarea unor teoreme importante din teoria numerelor la rezolvarea ecuațiilor în mulțimea numerelor întregi	Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Numărul divizorilor, suma și produsul divizorilor unui număr natural. Indicatorul lui Euler. Congruențe modulo n . Algoritmul lui Euclid. Teoremele: Euler, Fermat, Wilson, Lagrange Ecuații în numere întregi : $ax + by = c$; $x^2 + y^2 = z^2$, ecuația lui Pell.
14	14.1. Identificarea și specificarea termenilor unor șiruri de numere întregi reieșind din anumite proprietăți 14.2. Aplicarea proprietăților șirurilor în rezolvarea problemelor din teoria numerelor	Numerele lui Fermat, Fibonacci, Lucas, Mersenne, Catalan, triunghiulare și proprietăți.
15	15.1. Demonstrarea teoremei chinezești a resturilor. 15.2. Aplicarea teoremei chineze a resturilor în diverse contexte din teoria numerelor. 15.3. Justificarea rezolvării unor probleme din teoria numerelor folosind teoremele Dirichlet și Zsigmondy.	Teorema Chineza a Resturilor, Resturi Pătrate, Teorema lui Dirichlet, Teorema lui Zsigmondy
GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE		
16	16.1. Recunoașterea și aplicarea terminologiei și a notațiilor aferente elementelor de trigonometrie în situații reale și/sau modelate. 16.2. Identificarea elementelor de trigonometrie în contexte variate. 16.3. Utilizarea elementelor de trigonometrie pentru identificarea și explicarea unor fenomene și procese din diverse domenii.	Transformări ale expresiilor trigonometrice Funcții trigonometrice. Proprietăți Demonstrarea identităților și a inegalităților trigonometrice Ecuații și inecuații trigonometrice Aplicații ale trigonometriei în geometrie

	16.4. Determinarea unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice studiate prin lecturi grafice și/sau analitice. 16.5. Efectuarea de calcule trigonometrice în diverse contexte	
17	17.1. Recunoașterea punctelor și liniilor remarcabile în poligoane plane. 17.2. Transpunerea unor situații reale și/sau modelată referitoare la proprietățile figurilor geometrice studiate în limbajul geometric, rezolvarea problemelor obținute, justificarea și interpretarea rezultatelor în baza teoremelor clasice de geometrie plană; 17.3. Aplicarea proprietăților despre concurență, coliniaritate și ciclicitate în rezolvarea problemelor; recunoaște în diverse enunțuri și utiliza în 17.4. Rezolvarea problemelor din diferite domenii	Teoreme clasice de geometrie plană. Puncte remarcabile și drepte remarcabile. Teorema lui Stewart. Teorema lui Van-Aubel. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simpson. Drepte Tangente la Cerc, Cercurile lui Euler, Tucker, Taylor. Probleme de concurență și coliniaritate.
18	18.1. Generalizarea conceptelor ce țin de transformările geometrice 18.2. Determinarea elementelor figurilor geometrice obținute în rezultatul aplicării unor transformări geometrice . 18.3. Utilizarea în diferite contexte a transformărilor geometrice studiate. 18.4. Determinarea măsurilor unor mărimi stabilite în rezultatul transformărilor geometrice 18.5. Aplicarea figurilor geometrice studiate pentru a identifica și a explica fenomene, procese din diverse domenii.	Transformări geometrice: simetrii, translații, rotații, omotetii, inversiuni și aplicații. Puncte izogonale, Teorema lui Steiner, Simediane, Teorema lui Jacobi , Relatii Trigonometrice, Diviziuni Armonice, Pol, Polara, Teorema lui Pascal, Teorema lui Pappus, Teorema Fluturelui, Puncte izotomice, Humpty Point, Dumpty Point, Inversiunea, Dreapta lui Simpson, Teorema lui Desargues, Teorema lui Casey, Punctul lui Miguel, Dreapta Newton-Gauss. Teorema lui Carnot, Teorema lui Thebault, Triunghiul pedal, Teorema lui Blanchet, Patrulater complete, Cercurile lui Appollonius, Puncte isodinamice.
19	19.1. Extinderea abilităților de demonstrare a inegalităților prin metode geometrice și trigonometrice 19.2. Aplicarea a relațiilor de egalitate și inegalitate în triunghiuri la rezolvarea problemelor 19.3. Determinarea unor valori optime ale mărimilor utilizând inegalitățile geometrice și trigonometrice 19.4. Caracterizarea unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric	Inegalități geometrice și trigonometrice: inegalități fundamentale, reducerea la inegalități algebrice, inegalități între elementele unui triunghi, inegalitatea Erdos-Mordell, maxime și minime geometrice.
20	20.1. Recunoașterea unor elemente de geometrie vectorială în diverse contexte. 20.2. Operarea cu vectori în situații reale și/sau modelate. 20.3. Extrapolarea vectorilor și a proprietăților lor pentru rezolvarea problemelor din diverse domenii, inclusiv probleme din fizică și din practica cotidiană. 20.4. Justificarea unui demers/ rezultat obținut sau indicat cu vectori, recurgând la argumentări, demonstrații. 20.5. Aplicarea proprietăților punctelor lacticeale în plan în calculul vectorial.	Noțiuni de calcul vectorial cu aplicații în geometrie: vectori liberi, centre de greutate, aplicații ale produsului scalar, centre de greutate, momente de inerție, teoremele lui Șteiner, Lagrange, Jacobi.

21	21.1. Conceptualizarea noțiunilor de geometrie sintetică, geometrie analitică și geometrie vectorială. 21.2. Deducerea ecuațiilor unor linii în baza proprietăților locurilor geometrice ale punctelor corespunzătoare acestor linii. 21.3. Modelarea geometrică a unor situații cotidiene și/sau din alte domenii, inclusiv utilizând dreptele, ecuațiile dreptelor. 21.4. Transpunerea unei situații reale și/sau modelate în limbaj analitic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului. 21.5. Identificarea în diferite contexte a curbilor de gradul al doilea și clasificarea acestora în baza a diverse criterii studiate. 21.6. Determinarea pozițiilor relative ale unei drepte cu o curbă de gradul al doilea în diverse situații.	Elemente de geometrie analitică. Locuri geometrice clasice.
----	--	---

Clasa a XI-a

ALGEBRĂ		
1	1.1. Aplicarea numerelor complexe scrise în formă algebrică și în formă trigonometrică, a operațiilor cu ele în rezolvarea problemelor. 1.2. Reprezentarea geometrică a numărului complex dat, a modulului acestuia și aplicarea acestora în rezolvarea problemelor. 1.3. Transformarea numerelor complexe dintr-o formă în alta. 1.4. Operarea cu numere complexe și alegerea formei de reprezentare a unui număr complex în funcție de caz în vederea efectuării calculelor și a rezolvării problemelor. 1.5. Selectarea unor algoritmi specifici de operare cu numere complexe și aplicarea acestora pentru efectuarea unor calcule. 1.6. Rezolvarea în mulțimea $\mathbb{C}$ a ecuațiilor de gradul II, a ecuațiilor bipătratică, a ecuațiilor binome, a ecuațiilor reciproce de gradul III și IV.	Numere complexe. Calcul cu numere complexe. Forme de reprezentare ale numerelor complexe. Aplicații ale numerelor complexe în calcul de sume și produse. Aplicații ale numerelor complexe în geometrie.
2	2.1. Aplicarea regulilor de calcul matriceal, de calcul al determinanților în rezolvarea problemelor. 2.2. Rezolvarea unor ecuații și a unor sisteme de ecuații, utilizând algoritmi specifici de calcul matriceal și/sau al determinanților. 2.3. Stabilirea unor condiții de compatibilitate și/sau incompatibilitate a unor sisteme de ecuații liniare și utilizarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora. 2.4. Modelarea unor situații practice, a unor procese reale, inclusiv din domeniul economic sau tehnic, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală. 2.5. Justificarea unui demers/ rezultat obținut și/sau indicat cu matrice, determinanți, sisteme de ecuații, recurgând la argumentări, demonstrații.	Matrice. Determinanți. Determinantul de ordin n. Formula lui Binet-Cauchy. Regula lui Laplace de dezvoltare a unui determinant. Teorema Hamilton-Cayley. Rangul unei matrice din $M_{n,m}(\mathbb{C})$. Rangul produsului și sumei a două matrice. Inegalitatea lui Sylvester asupra rangului produsului a două matrice. Sisteme liniare de m ecuații cu n necunoscute.
ANALIZĂ MATEMATICĂ		
3	1.1. Sistematizarea proprietăților mulțimilor, inclusiv ale mulțimilor numerice	Mulțimea numerelor reale. Mulțimi deschise, închise, compacte, densitate în $\mathbb{R}$, lema intervalelor închise. Mulțimi

	1.2. Clasificarea mulțimilor numerice după diverse criterii. 1.3. Aplicarea proprietăților operațiilor asupra mulțimilor în diverse contexte	numărabile, numărabilitatea lui $\mathbf{Q}$, numărabilitatea lui $\mathbf{R}$
4	4.1. Identificarea și utilizarea terminologiei și a notațiilor specifice șirurilor și progresiilor în diverse situații. 4.2. Clasificarea șirurilor în baza criteriilor: șiruri finite, infinite, monotone, mărginite, convergente, divergente. 4.3. Analiza și interpretarea rezultatelor obținute la rezolvarea unor probleme prin utilizarea șirurilor, a progresiilor. 4.4. Determinarea valorii limitei unui șir în baza definiției și a regulilor de calcul. 4.5. Aplicarea proprietăților șirurilor și a limitelor de șiruri la rezolvarea problemelor	Șiruri de numere reale. Progresii aritmetice și geometrice. Șiruri definite prin recurență. Puncte limită pentru șiruri. Limita șirului. Limite superioare și limite inferioare ale șirurilor. Limite remarcabile. Calcul de limite. Aplicații
5	5.1. Aplicarea algoritmului de calcul al limitei funcției într-un punct și al unor algoritmi specifici de eliminare a nedeterminărilor. 5.2. Identificarea și utilizarea terminologiei și a notațiilor specifice noțiunilor de limită a funcției în diverse situații. 5.3. Exemplificarea funcțiilor, a compunerilor de funcții care au/nu au limită în punctul dat	Limite de funcții. Calcul de limite. Limite remarcabile. Aplicații.
6	6.1. Identificarea continuității, a punctelor de discontinuitate în baza formulei analitice. 6.2. Utilizarea criteriilor de continuitate și a unor proprietăți specifice funcțiilor continue pe o mulțime în diverse contexte. 6.3. Exemplificarea funcțiilor, a compunerilor de funcții care sunt/nu sunt continue pe intervalul dat. 6.4. Aplicarea limitelor la studiul continuității funcțiilor și a prezenței asimptotelor.	Funcții continue. Proprietăți. Teoreme importante despre funcții continue. Proprietățile funcțiilor continue: teorema Darboux, teorema BolzanoCauchy despre anularea funcției. Aplicații. Discontinuități de prima și a doua speță.
7	7.1. Identificarea în diverse contexte a funcțiilor derivabile și/sau a funcțiilor care nu sunt derivabile într-un punct. 7.2. Aplicarea algoritmilor specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme și cercetarea unor procese reale și/sau modelate. 7.4. Explorarea unor proprietăți cu caracter local și/sau global ale unor funcții referitoare la derivabilitate în rezolvarea unor probleme de optimizare din diverse domenii. 7.5. Utilizarea metodelor referitoare la aplicațiile derivatei ca metode calitativ noi de studiere a funcției, de rezolvare a problemelor teoretice și/sau practice. 7.6. Aplicarea sensului geometric și mecanic al derivatei în rezolvarea problemelor din diverse domenii.	Funcții derivabile. Reguli de derivare. Derivate de ordin Teoreme importante despre funcții derivabile. Monotonie și convexitate. Rolul primei derivate în studiul unei funcții. Rolul derivatei a doua în studiul unei funcții. Studiul funcțiilor. Probleme de maxim și minim superior. Regula lui l'Hospital. Demonstrarea unor inegalități cu ajutorul derivatelor. Regula lui Leibniz. Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange. Dezvoltări în serie
GEOMETRIE		
8	8.1. Recunoașterea și descrierea pozițiilor relative ale punctelor, ale dreptelor, ale figurilor în plan și spațiu, ale planelor în spațiu în situații reale și/sau modelate. Utilizarea criteriilor de paralelism și perpendicularitate al dreptelor, al dreptelor și planelor, al planelor în	Elemente de geometrie spațială. Paralelism și perpendicularitate în spațiu. Teoreme importante despre paralelism și perpendicularitate. Proiecții ortogonale în spațiu. Teorema celor 3 perpendiculare, reciprocele ei.

	rezolvarea problemelor, în situații reale și/sau modelate. . Extragerea elementelor semnificative și a informațiilor relevante din configurațiile geometrice spațiale, și a reprezentărilor plane ale acestora pentru rezolvarea problemelor reale și/sau modelate. Calcularea lungimilor de segmente și a măsurilor de unghiuri în plan și spațiu în situații reale și/sau modelate.	Probleme de concurență și coliniaritate în spațiu. Unghi triedru Teorema sinusurilor și teorema cosinusului pentru unghiul triedru. Relații metrice.
9	9.1. Identificarea și clasificarea în baza a diferite criterii a tipurilor de transformări geometrice în spațiu în situații reale și/ sau modelate. 9.2. Identificarea și utilizarea terminologiei aferente transformărilor geometrice în situații diverse. 9.3. Utilizarea transformărilor geometrice și a proprietăților acestora în diverse domenii (în practică, în tehnică, în arte). 9.4. Reprezentarea în plan a configurațiilor obținute în rezultatul aplicării transformărilor geometrice. 9.5. Aplicarea transformărilor geometrice și a proprietăților acestora în rezolvarea problemelor, recurgând la argumentări, demonstrații.	Transformări geometrice în spațiu.
10	10.1. Exprimarea analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice 10.2. Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice 10.3. Analizarea comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme 10.4.	Calcul vectorial în spațiu. Produsul scalar, produsul mixt și produsul vectorial. Proprietăți și aplicații.
11	11.1. Descrierea analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate, optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii 11.2. Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia 11.3. Interpretarea perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței 11.6. Modelarea unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial	Elemente de geometrie analitică spațială. Formula distanței. Sisteme spațiale de puncte materiale. Centre de greutate. Momente de inerție

Clasa a XII-a

ALGEBRĂ		
1	1.1. Generalizarea noțiunii de polinom. 1.2. Utilizarea relației de divizibilitate a polinoamelor și a proprietăților acesteia în rezolvarea problemelor. 1.3. Aplicarea operațiilor studiate cu polinoame în rezolvarea problemelor. 1.4. Descompunerea polinoamelor cu coeficienți complecși, reali, raționali, întregi în factori ireductibili. 1.5. Clasificarea polinoamelor după diverse criterii.	Polinoame în mulțimea numerelor complexe. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame. Teorema fundamentală a algebrei. Polinoame ireductibile, numere algebrice, polinom minimal. Rădăcini primitive ale unității, polinoame ciclotomice. Polinomul de interpolare al lui Lagrange.

2	2.1. Rezolvarea ecuațiilor de grad superior, utilizând proprietățile polinoamelor cu coeficienți complecși, reali, raționali, întregi 2.2. Aplicarea derivatelor la rezolvarea unor probleme referitoare la polinoame. 2.3. Justificarea unui demers/ rezultat obținut sau indicat cu polinoame, ecuații algebrice, recurgând la argumentări, demonstrații.	Ecuatii algebrice. Relații Viete. Rădăcini multiple, polinomul lui Taylor, derivata formală a unui polinom, condiții necesare și suficiente pentru ca o rădăcină să fie multiplă. Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, sumele lui Newton.
ELEMENTE DE TEORIA PROBABILITĂȚILOR		
3	3.1. Identificarea și aplicarea terminologiei și a notațiilor aferente elementelor de teoria probabilităților în diverse contexte. 3.2. Identificarea și clasificarea evenimentelor în baza a diverse criterii. 3.3. Calcularea probabilității producerii unui eveniment în situații reale și/sau modelate. 3.4. Interpretarea și transpunerea în limbaj matematic a unor situații practice cu ajutorul conceptelor probalistice. 3.5. Justificarea unui demers/ rezultat referitor la elementele de probabilități recurgând la argumentări, demonstrații.	Eveniment. Clasificarea evenimentelor Definiția clasică a probabilității Evenimente aleatoare. Operații cu evenimente aleatoare Evenimente aleatoare independente Variabilă aleatoare discrete Valoarea medie a variabilei aleatoare Probabilitatea condiționată Formula lui Bayes Schema lui Bernoulli
ANALIZĂ MATEMATICĂ		
4	4.1. Generalizarea noțiunii de primitivă a funcției. 4.2. Recunoașterea și aplicarea primitivei unei funcții în diverse contexte. 4.3. Calcularea integralelor nedefinite, aplicând proprietățile, metodele de integrare. 4.4. Determinarea primitivei unei funcții sau a funcției a cărei primitivă este dată în baza unor condiții indicate. 4.5. Aplicarea integralei nedefinite la rezolvarea unor probleme.	Primitive. Calculul primitivelor. Integrale nedefinite. Funcții integrabile. Teoreme importante referitoare la funcții integrabile. Aplicațiile lor la rezolvarea unor probleme standard.
5	5.1. Generalizarea noțiunii de integrală. 5.2. Explicarea opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor. 5.3. Calcularea integralelor definite aplicând proprietățile, formula lui Newton-Leibniz. 5.4. Calcularea ariei figurii și a volumului corpului de rotație, aplicând integrala definită. 5.5. Utilizarea proprietăților de monotonie a integralei în estimarea valorii unei integrale definite și în probleme cu conținut practic	Sume Darboux, sume Riemann, proprietăți. Aplicații ale integralei Riemann la calculul ariilor, volumelor, lungimilor arcelor de curbă, centrelor de greutate. Calculul limitelor cu ajutorul integralei Riemann. Calcul de sume.
GEOMETRIE		
6	6.1. Generalizarea noțiunii de poliedru. 6.2. Utilizarea proprietăților poliedrelor în rezolvarea problemelor. 6.3. Calcularea ariilor suprafețelor și a volumelor poliedrelor în situații reale și/sau modelate. 6.4. Utilizarea poliedrelor și a proprietăților acestora pentru a identifica și a explica situații, procese, fenomene din diverse domenii.	Poliedre.
7	7.1. Clasificarea tetraedrelor. 7.2. Rezolvarea unor probleme cu referire la tetraedre speciale.	Geometria tetraedrului. Tetraedre echifaciale. Tetraedre Crelle. Tetraedre ortocentrice.

8	8.1. Recunoașterea combinărilor de corpuri geometrice în situații reale și/sau modelate. 8.2. Identificarea și aplicarea terminologiei aferente combinărilor de corpuri geometrice în diverse contexte. 8.3. Aplicarea combinărilor de corpuri geometrice pentru a identifica și a explica situații, procese, fenomene din diverse domenii. 8.4. Calcularea măsurilor unghiurilor, lungimilor, ariilor suprafețelor și volumelor în combinații de corpuri geometrice date și/sau obținute.	Poliedre și corpuri rotunde. Arii și volume. Sfere înscrise, exinscrise și circumscrise în poliedre regulate.
9	9.1. Aplicarea analogiei la deducerea unor ecuații în geometria analitică în plan și spațiu. 9.2. Determinarea măsurilor unor mărimi utilizând formule adecvate din calculul vectorial, geometria analitică și cea sintetică în plan și spațiu. 9.3. Utilizarea metodelor analitică și vectorială la rezolvarea problemelor de loc geometric.	Dreapta în plan. Vector director și vector normal al dreptei. Probleme de coliniaritate și concurență. Ecuația planului. Vector normal al planului. Distanțe în plan și în spațiu. Metoda analitică de rezolvare a problemelor de loc geometric. Relații metrice.
10	10.1. Utilizarea în diferite contexte a proprietăților curbilor de gradul doi. 10.2. Identificarea și utilizarea terminologiei aferente conicelor în situații diverse. 10.3. Transpunerea unei situații reale și/sau modelate în limbaj geometric, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului aplicând conceptele din geometria sintetică, analitică, vectorială.	Conice. Clasificarea conicelor. Conice degenerare. Ecuații generale și ecuații canonice. Relații metrice pentru conice.

Lucrarea a fost elaborată cu suportul proiectului „Elaborarea resurselor didactice orientate spre sporirea performanței elevilor din gimnaziu la disciplina Matematica”, cod 25.80012.0807.69SE, cu sprijinul financiar oferit de Agenția Națională pentru Cercetare și Dezvoltare.

Bibliografie

1. ANDREESCU, T., ANDRICA, D., FENG, Z. 101 Problems in Algebra. AMT, 2001, 160 p.
2. ANDREESCU, T., ANDRICA, D., FENG, Z. 104 Number Theory Problems: From the Training of the USA IMO Team. 2007, 204 p.
3. ANDREESCU, T., ANDRICA, D. O introducere în studiul ecuațiilor diofantiene. Ed. GIL, 2002.
4. ANDREESCU, T., DOSPINESCU, G. Problems from the Book. 2010, 571 p.
5. ANDREESCU, T., DOSPINESCU, G. Straight from the Book. 2012, 590 p.
6. ANDREESCU, T., ENESCU, B. Mathematical Olympiad Treasures. 2011, 253 p.
7. ANDREESCU, T., FENG, Z. 103 Trigonometry Problems. 2005, 214.
8. ANDREESCU, T., FENG, Z. 102 Combinatorial Problems. 2002, 115 p.
9. ANDREESCU, T., GANESH, A. 105 Algebra Problems. 2013, 200 p.
10. ANDREESCU, T., GANESH, A. 108 Algebra Problems. 2014, 210 p.
11. ANDREESCU, T., GANESH, A. 109 Inequalities. 2015, 203 p.

12. ANDREESCU, T., GELCA, R. Mathematical Olympiad Challenges. 2008, 283 p.
13. ANDREESCU, T., KORSKY, S., POHOAȚĂ, C. Lemmas in Olympiad Geometry. 2016, 371 p.
14. ANDREESCU, T., POHOAȚĂ, C. 110 Geometry Problems. 2014, 249 p.
15. ANDREESCU, T., ROLÍNEK, M., TKADLEC, J. 106 Geometry Problems. 2013, 174 p.
16. ANDREESCU, T., ROLÍNEK, M., TKADLEC, J. 107 Geometry Problems. 2013, 188 p.
17. BĂLĂUCĂ, A. BUDEANU, C., MÎRȘANU, G. Olimpiadele Naționale ale României și Republicii Moldova. Olimpiadele Balcanice pentru juniori (OBMJ) clasele V-VIII. ed. Taida, Partea a II-a, 2014-2017. 2021, 211 p.
18. BALTAG, V., TELEUCĂ, M. Folosirea inegalităților la rezolvarea unor probleme. În: *Revista "Sigma"*, 1991, Nr.6, pag. 12-16.
19. BALUNĂ, M., BOREICO, I., CIUPAN A., FRIMU, A., POHOAȚĂ C. Olimpiadele de matematică 2007, cl. IX-X. GIL, Zălău 2007. 192 p. ISBN 978-973-941-797-6.
20. BOREICO, I., MICU T., CIUPAN, A., SZILARD, L. Olimpiadele de matematică 2006, clasa IX. Editura GIL, Zălău, 2007. ISBN: 978-606-500-150-3.
21. BOREICO, I., TELEUCĂ, M. Teorema Chineza a resturilor. În: *Revista de matematică și informatică, Delta*, Chișinău, nr. 3(6), 2007, pp. 10-12.
22. BOREICO, I., UNGUREANU A., PACHIȚARIU M., ZAHARIUC A. Olimpiadele de matematică 2004, clasele IX-X. Editura GIL, Zălău, 2004.
23. ENESCU, B. Aree. Ed. GIL, 2006.
24. ENESCU, B. Polinoame Ed. GIL, 2007.
25. Gazeta Matematică – seria B. <https://gmb.ssmr.ro/despre/redactie>
26. Dolciani Mathematical Expositions. MAA 1967, 267 p.
27. HUNG Ph. K. Secrets in Inequalities, vol I, Ed. GIL, 2007.
28. IAGLOM, A.M., IAGLOM, I.M. Probleme neelementare tratate elementar. Ed. Tehnică, 1984.
29. KLAMKIN MURRAY, S. USA Mathematical Olympiads 1972-1986. New Mathematical Library, 1988.
30. LOZANOVSKI, S. A Beautiful Journey Through Olympiad Geometry.
31. MIHALESCU, C. Geometria elementelor remarcabile. Ed. Tehnică, 1957.
32. NEGUȚ, A. Problems for the Mathematical Olympiads. Ed. GIL, 2005.
33. NICULA, V. Geometrie plană (sintetică, vectorială, analitică), ed. GIL 2002.
34. Olimpiadele matematice 2002. Ch: S.N., 2003. 98 p.
35. ONIȘOR, I. 170 de probleme de geometrie. Ed. Matrixrom, 2013.
36. PANAITOPOL, L., PANAITOPOL, M. E., LASCU, M. Inducția matematică. Ed. GIL, 2002.

37. PANAITOPOL, L., PANAITOPOL, M. E. Probleme calitative de geometrie plană. Ed. GIL, 1996.
38. PANAITOPOL, M. E., PANAITOPOL, L. Probleme de geometrie plană – soluții trigonometrice. Ed. GIL, 2007.
39. POLYA, G. Descoperirea în matematică. Euristica rezolvarii problemelor, București: Ed. Șt., 1971.
40. POLYA, G. Matematica și raționamentele plauzibile, vol. I și II. București: Editura Științifică, 1962.
41. Romanian Mathematical Competitions 2006 (Societatea de Științe Matematice din România), <https://blngcc.files.wordpress.com/2008/11/rmc2006.pdf>
42. SLINKO, A. USSR Mathematical Olympiads 1989-1992. AMT, 1996, 136 p.
43. SZILARD, A. Elementary Combinatorial Geometry. Ed. GIL, 2007.
44. TABACHNIKOV, S. Kvant Selecta: Algebra and Analysis I. AMS Publishing. 1999, 155 p.
45. TABACHNIKOV, S. Kvant Selecta: Algebra and Analysis II. AMS Publishing, 1999, 165 p.
46. ȚÎȚEICA, Gh. Probleme de geometrie. Ed. Tehnică, 1981.
47. TOMESCU, I. Introducere în combinatorică. Ed. Tehnică, București, 1972.
48. WALSER, H. 99 Points of Intersection: Examples-Pictures-Proofs. The Mathematical Association of America, 2006.
49. ZDRAVKO, C. Inequalities – Theorems, Techniques and Selected Problems. Springer, 2012.
50. ПРАСОЛОВ, В. Задачи по стереометрии. М. 2010, 352 с.

Receptionat / Received: 06.11.2025

Acceptat / Accepted: 21.12.2025

Email: marcel.teleuca@math.usm.md
sali.larisa@upsc.md