

**DESIGNUL RESURSELOR EDUCATIONALE
PENTRU FORMAREA COMPETENȚEI DE MODELARE MATEMATICĂ
DIN PERSPECTIVA ASIGURĂRII CONTINUITĂȚII
ÎNTRE ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR ȘI UNIVERSITAR**

Larisa SALI, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-1172-3055>

Dumitru COZMA, dr. hab., prof. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-4794-1935>

Mirela IONEL, masterand

<https://orcid.org/0009-0008-6627-1942>

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Republica Moldova

Rezumat. În lucrare sunt analizate și sistematizate rezultatele teoretice cunoscute în domeniul formării competenței de modelare matematică, fiind precizată definiția competenței de modelare matematică prin dimensiunile cognitivă, metacognitivă și atitudinală. Se examinează integrarea modelării matematice în curriculumul școlar din Republica Moldova și se realizează o analiză logico-didactică a conținuturilor matematice, din perspectiva asigurării continuității între învățământul preuniversitar și cel universitar, în contextul implementării TIC și a incorporării IA în procesul educațional. Este propusă o metodologie modernă de formare a competenței de modelare matematică, axată pe dezvoltarea gândirii modelatoare, a reflecției critice, a comunicării riguroase și a interdisciplinarității, fundamentată pe stabilirea unor indicatori de nivel ai deținerii acestei competențe la elevii din liceu și la viitorii profesori de matematică.

Cuvinte-cheie: competență, modelare matematică, analiză logico-didactică, curriculumul școlar.

**DESIGN OF EDUCATIONAL RESOURCES
FOR DEVELOPING MATHEMATICAL MODELING COMPETENCE
FROM THE PERSPECTIVE OF ENSURING CONTINUITY
BETWEEN PRE-UNIVERSITY AND UNIVERSITY EDUCATION**

Abstract. The paper analyzes and systematizes the known theoretical results in the field of developing mathematical modeling competence, clarifying its definition through cognitive, metacognitive, and attitudinal dimensions. The integration of mathematical modeling into the school curriculum in the Republic of Moldova is examined, and a logical-didactic analysis of mathematical content is carried out from the perspective of ensuring continuity between pre-university and university education, in the context of the implementation of ICT and the integration of artificial intelligence in the educational process. A modern methodology for developing mathematical modeling competence is proposed, focusing on the cultivation of modeling thinking, critical reflection, rigorous communication, and interdisciplinarity, grounded in the ascertainment of performance level indicators for the acquisition of this competence by high school students and prospective mathematics teachers.

Keywords: competence, mathematical modeling, logical-didactic analysis, the school curriculum.

Introducere

Competența de modelare matematică oferă o perspectivă mai profundă asupra lumii și pregătește elevii (studenții) pentru provocările academice și profesionale. Dezvoltarea competenței de modelare matematică la elevi și studenți este crucială, deoarece aceasta îi ajută să înțeleagă cum poate fi aplicată matematica pentru a rezolva probleme reale și complexe. În acest mod este dezvăluită natura universală a matematicii ca instrument pentru rezolvarea unei varietăți de probleme din diverse domenii ale activității umane, cum ar fi managementul organizațional, economia, ecologia, tehnologia, criptografia etc.

Toată lumea trebuie să folosească matematica în viața de zi cu zi și toată lumea trebuie să înțeleagă cum se raportează matematica la restul lumii în care trăiește. Modelarea poate deveni o forță unificatoare, poate fi ceva ce, dacă îi acorzi timp devreme și frecvent, ajută la menținerea copiilor împreună, și cu cât îi poți ține împreună mai mult timp, cu atât mai bine este pentru societatea noastră [4, 25].

Pe de o parte, construcția, cercetarea și rezolvarea modelelor matematice este unul dintre cele mai importante aspecte ale culturii matematice, iar pe de altă parte, modelarea matematică este o metodă puternică de cunoaștere a lumii, de prognoză și gestiune. Familiarizarea elevilor cu metodele de modelare matematică și cu instrumentele matematice corespunzătoare care nu depășesc prevederile curriculare, va servi la atingerea unor obiective importante intra-, inter- și transdisciplinare.

Abordări teoretice

Analiza și sistematizarea informației cu privire la competența de modelare matematică a fost realizată ținând cont de diverse aspecte ale problemei. Au fost identificate următoarele direcții de cercetare reflectate în publicațiile științifice analizate:

- ✓ Aspecte teoretice privind competența de modelare matematică [3, 6, 7, 10, 16, 20, 22];
- ✓ Perspective ale formării și dezvoltării competenței de modelare matematică în învățământul preuniversitar [1, 15];
- ✓ Integrarea unităților de competență orientate spre modelarea matematică în curriculum-ul la matematică pentru liceu [7, 9, 18, 20];
- ✓ Predarea și învățarea în contextul dezvoltării competenței de modelare matematică [14, 17, 37];
- ✓ Modele adecvate și inadecvate: monitorizarea eșecului în construirea modelelor matematice în problemele din realitate [21, 26, 29, 34];
- ✓ Particularități ale proiectării sarcinilor orientate spre modelarea matematică în liceu [19, 38];

- ✓ Evaluarea abilităților de modelare matematică, inclusiv specificul evaluării formative în procesul formării și dezvoltării competenței de modelare matematică [13];
- ✓ Sprijinirea profesorilor în dezvoltarea abilităților proprii de modelare matematică și de proiectare a sarcinilor orientate spre modelarea matematică [32];
- ✓ Considerații teoretice și pedagogice cu privire la implementarea strategiilor metacognitive în procesul de dezvoltare a competenței de modelare matematică [8];
- ✓ Competența de modelarea matematică versus abordarea STEAM în educație [2].

Vom menționa că există o ambiguitate terminologică între două concepte care sunt înrudite, dar pedagogic și epistemologic sunt distincte:

- modelarea matematică;
- crearea de modele ale obiectelor.

Modelarea matematică este un proces conceptual și analitic prin care se traduce o situație reală într-un model matematic: ecuații, funcții, relații geometrice. Acest proces implică formularea, analizarea, validarea și interpretarea unui model matematic care descrie un fenomen.

Unii autori folosesc termenul „modelare matematică” pentru a descrie activități care conduc la crearea de reprezentări vizuale sau simulări tehnologice, fără a implica neapărat formularea unui model matematic, astfel diluând rigoarea didactică a modelării matematice autentice.

Definiția conceptului competența de modelare matematică

O definiție consistentă a competenței de modelare matematică poate fi formulată în baza luării în considerare a diferitor modalități de tratare teoretică.

În scopul precizării definiției au fost analizate abordările diferitor autori. În particular, a fost examinată definiția formulată de Mogens Niss și Tomas Højgaard: *Competența de modelare este abilitatea de a analiza fundamentele și proprietățile modelelor existente, de a evalua diapazonul de aplicabilitate și validitatea acestora și de a efectua modelare activă în contexte date, realizând matematizarea și aplicarea matematicii la situații dincolo de matematica în sine*. Abordarea este considerată drept holistică, tratând modelarea ca una dintre cele opt competențe matematice generale, având ca dimensiuni cheie: acoperirea procesului de modelare; nivelul tehnic al matematicii utilizate; gama de contexte în care se aplică modelarea. Validitatea se testează prin acuratețea și credibilitatea modelului în reprezentarea realității [23, 24].

Jere Confrey a prezentat modelarea ca un proces de transformare a unei situații nedeterminate într-una determinată (modelul), subliniind rolul cheie al investigației și raționamentului în procesul de utilizare a tehnologiei [10].

Koeno Gravemeijer examinează procesul de rezolvare a problemelor contextuale

drept unul care conduce la construirea de „modele matematice” sau de „abstractizare”, astfel identificând două situații distincte: (a) situații care privesc activitatea de rezolvare a unei anumite probleme și (b) situații care privesc procesul pe termen lung de dezvoltare a unor cunoștințe matematice mai abstracte. În cel de-al doilea caz activitatea centrală este cea de „construcție” și autorul leagă această situație de noțiunea de „modelare emergentă” [18].

Gabriele Kaiser și Katja Maaß au propus o definiție care include atitudinea individului: *Competența de modelare este abilitatea și disponibilitatea de a rezolva probleme din lumea reală cu mijloace matematice, inclusiv având cunoștințele ca bază pentru competențe*. Abordarea este una analitică și presupune descompunerea competenței în „sub-competențe” aliniate cu ciclul de modelare. Autorii identifică următoarele „sub-competențe”: înțelegerea problemelor din lumea reală și dezvoltarea unui model din lumea reală; crearea unui model matematic pornind de la modelul din lumea reală; rezolvarea problemelor matematice în cadrul modelului; interpretarea rezultatelor matematice înapoi în realitate; validarea și, dacă este necesar, repetarea procesului de modelare [20]. Competența de modelare nu este, așadar, un construct unidimensional, ci poate fi interpretată ca o combinație a diferitelor sub-competențe.

Werner Blum definește competența de modelare matematică ca *abilitatea de a construi, utiliza sau adapta modele matematice prin realizarea adecvată a pașilor procesului și în mod corespunzător problemei, precum și analizarea sau compararea modelelor date* [6].

Gloria Stillman și Peter Galbraith au avut o abordare metacognitivă, îmbogățită: *Competența de modelare matematică include nu doar abilități cognitive, ci și abilități metacognitive - monitorizarea, reglarea și reflectarea asupra procesului de modelare - dar și competențe sociale precum comunicarea și colaborarea*. Definiția se extinde dincolo de abilitățile tehnice pentru a include dispoziții, voință și practică reflexivă. În special, este subliniată importanța metacogniției în depășirea contextelor problematice non-standard și asigurarea unei modelări reușite [16].

În precizarea definiției competenței de modelare matematică este aplicabil „Modelul Iceberg”. În mod similar cu un aisberg, o competență are unele componente vizibile, cum ar fi cunoștințele și abilitățile, dar alte componente comportamentale, cum ar fi atitudinea, trăsăturile, stilurile de gândire, imaginea de sine etc. sunt ascunse. Aspectele vizibile, precum cunoștințele și abilitățile, pot fi ușor dezvoltate prin instruire și exerciții, însă competențele comportamentale sunt destul de dificil de evaluat și dezvoltat. Aspectele competențelor care nu sunt la suprafață, cum ar fi atitudinea, trăsăturile, stilurile de gândire etc., influențează direct utilizarea cunoștințelor și abilităților pentru a îndeplini eficient o sarcină.

Definiția precizată propusă de noi este formulată după cum urmează: *Competența*

de modelare matematică îmbină: cunoștințe despre procesul de modelare matematică; abilități de a analiza fundamentele și proprietățile modelelor matematice, de a evalua diapazonul de aplicabilitate și validitatea acestora, de a efectua modelare activă în contexte date, realizând matematizarea și aplicarea matematicii în situații ne-matematice; abilități metacognitive autoreglatorii asupra procesului de modelare; disponibilitate și atitudine colaborativă în raport cu atingerea obiectivelor procesului de modelare.

Competența de modelare matematică în curriculumul școlar

Henry Pollak afirma că dacă vrei să modelezi fenomene din afara matematicii, trebuie să înțelegi acele fenomene. Acest lucru necesită ca persoanele care predau matematică să înțeleagă lucruri pe care în mod normal nu li se cere să le înțeleagă [25]. Astfel, includerea competenței de modelare matematică în curriculumul școlar ridică o multitudine de întrebări de natură psiho-didactică.

Analiza curriculumului la matematică din Republica Moldova din perspectiva formării competenței de modelare matematică a fost realizată în lucrarea [27]. Ghidul de implementare a curriculumului la matematică recomandă rezolvarea unor probleme integrative de tip PISA în scopul realizării conexiunilor intra- și interdisciplinare pe care profesorul le poate aplica cu succes în cadrul lecției, le poate propune elevilor pentru rezolvare acasă sau poate include sarcina ca elevii să compună astfel de probleme în cadrul unui proiect [11, 12].

Dintre titlurile de proiecte aplicative recomandate de Ghid putem nominaliza: Utilizarea procentelor în situații cotidiene; Dependente funcționale în activități practice; Aplicații ale funcțiilor în tehnică; Aplicații ale statisticii matematice în diverse activități cotidiene; Secțiunea de aur și aplicații ale acesteia; Probleme de minim și maxim în activități practice; Utilizarea numerelor complexe în tehnică; Creditele bancare în Republica Moldova și eficiența acestora etc.

Standardele de eficiență din 2014 conțin standardul 10 în domeniul Algebră: Identifică și descrie cu ajutorul modelelor algebrice a unor relații sau situații multiple. Acest standard este particularizat pentru fiecare treaptă școlară.

Elevul claselor primare descrie cu ajutorul modelelor algebrice studiate relații și/sau situații reale sau modelate simple.

Elevul din clasele gimnaziale identifică modelele algebrice utilizate în descrierea relațiilor, situațiilor matematice și/sau cotidiene și descrie cu ajutorul modelelor algebrice studiate relații și/sau situații reale sau modelate.

Elevul din clasele liceale transpune în limbajul algebric, utilizând ecuații, inecuații, sisteme, totalități de tipurile studiate, situații din diverse domenii, rezolvă problema obținută și interpretează rezultatele obținute.

În domeniul Analiză matematică este prevăzut standardul 14: Recurge la concepte și metode de analiză matematică în abordarea unor situații cotidiene, pentru rezolvarea unor probleme uzuale sau studiul unor fenomene din știință, tehnică, societate.

Elevul claselor primare utilizează relații și șiruri, studiate pentru modelarea matematică a diverselor situații, fenomene simple;

Elevul din clasele gimnaziale utilizează relații, șiruri și funcții, studiate pentru modelarea matematică a diverselor situații, fenomene simple din diverse domenii.

Elevul din clasele liceale aplică noțiunea de derivată la modelarea matematică a fenomenelor fizice, la rezolvarea unor probleme de maxim și minim din diverse domenii și aplică în situații reale sau modelate noțiunile de primitivă, integrală nedefinită, integrală definită.

În Programa pentru examenul național de bacalaureat la matematică la profilul real sunt nominalizate următoarele unități de competență [35]:

- ~ X.5.3. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații reale și/sau modelate prin funcții de gradul I, II, funcția putere, funcția radical, funcția exponențială, funcția modul, proporționalitatea directă, proporționalitatea inversă.
- ~ X.5.7. Transpunerea unor situații reale și/sau modelate în limbajul ecuațiilor, al inecuațiilor, al sistemelor de ecuații/inecuații, rezolvarea problemelor obținute și interpretarea rezultatelor.
- ~ XI.5.6. Modelarea unor situații practice, a unor procese reale, inclusiv din domeniul economic sau tehnic, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală.

La profil umanist este inclusă următoarea competență specifică, evaluată în cadrul examenului național de bacalaureat: 4. Investigarea seturilor de date, folosind instrumente, inclusiv digitale, și modele matematice, pentru a studia/explica relații și procese, manifestând perseverență și spirit analitic.

Următoarele unități de competență vizează competența de modelare matematică la profilul umanist:

- ~ X.3.2. Recunoașterea unor dependențe funcționale în situații reale și/sau modelate.
- ~ X.3.5. Aplicarea funcțiilor studiate în rezolvarea problemelor, a situațiilor problemă, în studiul și explicarea unor procese fizice, chimice, biologice, sociale, economice modelate prin funcții.
- ~ X.3.10. Modelarea unor situații cotidiene simple prin intermediul funcțiilor, ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor studiate și rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor obținute.
- ~ X.4.6. Modelarea geometrică a unor situații cotidiene și/sau din alte domenii.

- ~ XI. 3.3. Modelarea unor situații practice, a unor procese reale, inclusiv din domeniul economic, antreprenorial, tehnic, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală.

Programele școlare la matematică pentru gimnaziu din România prevăd formarea competenței generale: modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii. În liceu competența generală respectivă are următoarea formulare: modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii [36]. În programul pentru clasele gimnaziale sunt evidențiate clar unitățile de competență care derivă din competența generală corespunzătoare și sunt formulate la fiecare clasă și compartiment al conținuturilor.

Unele aspecte ale dezvoltării abilităților de modelare matematică în cadrul activităților extracurriculare sunt expuse în [28].

Examinarea curriculumului și conținuturilor manualelor de matematică utilizate în Republica Moldova a condus spre următoarele concluzii:

- Curriculumul menționează modelarea matematică, dar implementarea și formarea competenței este insuficientă;
- Promovarea conceptului *modelare matematică* este realizată prin intermediul problemelor text cu caracter aplicativ, dar acestea apar sporadic, fără o strategie clară.
- Exemplele sunt adesea șablonare sau artificiale, slab conectate la alte domenii.
- Evaluarea se concentrează pe calcule și algoritmi, mai puțin pe procesul de modelare matematică ca și proces.
- Problemele de tipul celor incluse în evaluarea PISA sunt recomandate atât în clasele de gimnaziu cât și în liceu, fără a ține cont de progresul elevilor, dar în manual ele lipsesc.
- Titlurile proiectelor aplicative de asemenea, nu țin cont de progresul elevilor în clasele de liceu, decât cu mici excepții.
- Resursele digitale orientate spre formarea conceptului de modelare matematică sunt rare și necorelate cu manualele.

Unități de competență asociate cu competența de modelare matematică

În viziunea autorilor publicației [5], modelarea matematică nu este doar o tehnică didactică, ci și un mecanism central de integrare transdisciplinară în cadrul abordării STEAM + X. Modelarea matematică este văzută ca o activitate practică, exploratorie, organizată în spirit constructivist. Elevii nu primesc informația pasiv, ci o construiesc activ, prin simulare, experimentare și design, astfel, matematica devine un instrument de legătură transdisciplinară, nu doar un scop în sine. Procesul de modelare stimulează creativitatea, rezolvarea de probleme și reflecția, deoarece elevii trebuie să propună mai

multe soluții și să înțeleagă complexitatea situațiilor reale.

Reieșind din analiza curriculumului la matematică și a produselor curriculare la disciplina matematică, considerăm oportun ca unitățile de competență care derivă din competența de modelare matematică să respecte următoarele cerințe:

- să fie formulate pentru fiecare clasă și la fiecare capitol;
- să fie corelate cu situații autentice din viața cotidiană și din diverse domenii;
- să urmeze o expunere ascendentă din punctul de vedere al nivelelor cognitiv, motric, afectiv;
- să stimuleze gândirea critică, formularea de ipoteze și luarea de decizii;
- să vizeze integrarea tehnologiilor și a IA în procesul de dobândire a competenței.

Recomandările privind activitățile didactice adecvate și produsele de învățare trebuie să fie prezente în manualul școlar.

Problemele de modelare se recomandă a fi integrate în fiecare capitol, preferabil la deschiderea temei și să se refere la situații autentice, cu accent pe *interdisciplinaritate și viața cotidiană*.

Manualele digitale să includă simulări, aplicații soft accesibile, exerciții interactive, sarcini de evaluare centrate pe procesele de modelare, adaptare la contexte locale.

Concepția didactică privind formarea la elevi a competenței de modelare matematică se bazează pe analiza logico-didactică a conținuturilor relevante pentru dezvoltarea unui curriculum personalizat.

Aspecte ale pregătirii viitorilor profesori de matematică

Profesorii nu sunt sprijiniți sistemic în integrarea modelării matematice în cadrul lecției. Avantajele unei abordări bazate pe modele, în care un sistem real este înlocuit de un sistem analog simplificat și abstract, se pot transforma în capcane dacă pur și simplu „uităm” limitările impuse și aplicăm rezultatele modelării acolo unde aceste aproximări eșuează. Această observație aparent banală are o bază serioasă. Atunci când modelăm sisteme, eliminând sau neglijând anumiți factori sau relații din cadrul sistemului, uneori nu cunoaștem în avans consecințele acestei aproximări sau cum ar putea afecta comportamentul modelului [26, 29, 34].

Cursul Modelarea matematică la programele de studii Științe ale educației oferă o privire de ansamblu asupra paradigmei fundamentale a modelării matematice, de la abstractizarea problemei reale până la interpretarea și validarea soluției. Această disciplină urmărește un traseu logic: începe prin a stabili fundamentele teoretice și metodologice ale procesului de modelare, inclusiv identificarea și gestionarea erorilor, ulterior explorează în mod sistematic aplicarea calculului diferențial și integral, a ecuațiilor diferențiale și a integralelor numerice ca instrumente primare pentru rezolvarea modelelor.

O atenție deosebită este acordată aplicațiilor interdisciplinare. Studenții vor aplica aceste instrumente pentru a modela și rezolva probleme din domenii variate, precum: geometrie (plană și spațială), probabilitate și statistică, fizică, chimie, biologie. De asemenea, cursul introduce concepte de optimizare și stabilitate prin prisma programării liniare, utilizând metode clasice.

Nu doar învățarea, ci și predarea modelării matematice în clasă este provocatoare din punct de vedere cognitiv, astfel, profesorii au nevoie de diferite abilități, cunoștințe matematice și nematematice, idei pentru sarcini și pentru predare, precum și atitudini adecvate. Toate obiectivele învățării considerațiilor teoretice pentru modelarea matematică pot fi realizate doar printr-o predare de înaltă calitate.

Astfel, recomandările de ordin general pentru un cadru didactic care își asumă familiarizarea elevilor cu modelarea matematică țin de faptul că el va trebui să-și dezvolte continuu abilități complexe pe mai multe paliere:

- din perspectiva matematică, ele vor ține de compartimentele de bază ale matematicii teoretice;
- din perspectiva realizării interdisciplinarității este importantă capacitatea de a observa pattern-uri spațiale ancorate în timp în lumea reală și formularea ipotezelor despre realitate și de a utiliza tehnologiile digitale, inclusiv IA, pentru facilitarea înțelegerii conceptelor, stabilirea relațiilor, prelucrarea informației etc.;
- din perspectiva metacognitivă ele vor fi orientate atât spre stabilirea de inferențe logice, formulare de obiective, prioritizare, cât și o bună dezvoltare a operațiilor gândirii, a gândirii inductive, translaționale, critice;
- din perspectiva atitudinală - implicarea în procese autentice de soluționare a problemelor reale folosind metoda modelării matematice.

Designul resurselor educaționale orientate spre formarea competenței de modelare matematică

Designul strategiilor didactice orientate spre formarea competenței de modelare matematică, din perspectiva asigurării continuității între învățământul preuniversitar și universitar, trebuie să se axeze pe anumite particularități:

- ✓ Primii pași în promovarea studiului modelării matematice pot fi realizați prin adoptarea unui program de îmbogățire a conținutului școlar. Strategia de amplificare sau îmbogățire școlară presupune proiectarea unei serii de programe speciale, destinate unui individ sau unui grup mic de elevi, în afara curriculumului școlar.
- ✓ Complexitatea problemelor extrase din contexte va crește treptat - de la situații familiare de zi cu zi, la fenomene și procese mai sofisticate care se produc în natură sau în activitatea umană modernă.

- ✓ Evaluarea formativă a elevilor (studenților) implicați în modelarea matematică ca proces va viza fiecare etapă: definirea problemei; construcția modelului – definirea variabilelor și formularea de ipoteze; obținerea unei soluții; analiza și evaluarea modelului; raportarea rezultatelor; reflecții.
- ✓ Pentru facilitarea formării competenței de modelare matematică inteligența artificială poate fi utilă prin: furnizarea de seturi de date autentice pe care elevii să le folosească în construirea modelelor; crearea vizualizării dinamice a modelelor; analiza progresului elevilor și oferirea de feedback adaptat; facilitarea colaborării interdisciplinare; construirea de itemi care evaluează nu doar rezultatul final, dar și procesul de modelare (formularea ipotezelor, alegerea variabilelor, interpretarea rezultatelor etc.).

Astfel, următoarele acțiuni urmează a fi implementate pentru a realiza scopul cercetării:

1. Identificarea vocabularului standard pentru procesul de modelare matematică.
2. Crearea listei unităților de competență care derivă din competența de modelare matematică pentru clasele a IX-XII-a.
3. Colectarea datelor privind necesitățile cadrelor didactice în vederea formării și dezvoltării competenței de modelare matematică prin metoda *backward design*.
4. Îmbogățirea curriculară prin elaborarea unui depozit minimal viabil de resurse (conținuturi, recomandări pentru activități de învățare, produse ale învățării, recomandări pentru integrarea IA și TIC, criterii de evaluare a modelelor matematice după criteriul adecvat/neadecvat etc.) coerente cu unitățile de competență derivate din competența de modelare matematică pe nivele cognitive, motorii, afective, metacognitive pentru clasele a IX-XII-a.
5. Dezvoltarea materialelor de formare pentru profesori – ateliere de lucru online sincrone/asincrone, bootcampuri practice (hands-on), cursuri universitare, mentorat.
6. Elaborarea probelor-model pentru evaluarea formativă a elevilor/ studenților/ profesorilor implicați în modelarea matematică ca proces de formare graduală.
7. Elaborarea instrumentelor pentru evaluarea sumativă, cantitativă și calitativă privind formarea competenței de modelare matematică.
8. Descrierea metodologiei didactice de implementare a resurselor în procesul educațional și mijloacelor didactice relevante pentru formarea competenței de modelare matematică.

Concluzii

Trecerea de la simpla reproducere a cunoștințelor (aplicarea mecanică a formulelor și algoritmilor) la gândirea modelatoare (folosirea matematicii pentru a înțelege și explica realitatea) presupune o schimbare de paradigmă în predare și în învățare. Ea se face prin

problematizare contextuală, explorare de ipoteze, reflecție critică și comunicare riguroasă.

Precizarea definiției competenței de modelare matematică ținând cont de componentele vizibile (cunoștințe, abilități) și de componentele comportamentale ascunse (atitudinea, trăsăturile, stilurile de gândire, imaginea de sine etc.) care sunt mai dificil de evaluat și dezvoltat, servește la fundamentarea concepției didactice cu privire la formarea și dezvoltarea competenței de modelare.

Pentru atingerea obiectivelor proiectului au fost stabilite oportunități de îmbogățire a curriculumului disciplinei, orientate spre pregătirea viitorilor profesori de matematică pentru managementul clasei de elevi în procesul de dezvoltare a competenței de modelare matematică.

Articolul a fost realizat în cadrul proiectului de cercetare științifică „Asigurarea continuității în formarea și dezvoltarea competenței de modelare matematică”, cod 25.80012.0807.66SE, din cadrul proiectelor Stimularea excelenței cercetărilor științifice (2025-2026), cu sprijinul financiar oferit de Agenția Națională pentru Cercetare și Dezvoltare din Republica Moldova.

Bibliografie

1. ABASSIAN, A.; SAFI, F.; BUSH, S.; BOSTIC, J. Cinci perspective diferite asupra modelării matematice în educația matematică. In: *Investigații în învățarea matematicii*, 12(1), 2020, pp. 53–65. <https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360>
2. ASEMPAPA, R. S. *Developing an Instrument to Assess Teachers' Knowledge of the Nature of Mathematical Modeling and Their Attitude toward Such Modeling* [Doctoral dissertation, Ohio University, 2016]. Ohio Electronic Theses and Dissertations Center. http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=ohiou1458581416
3. ASEMPAPA, R. S.; DEREK, J. St. Mathematical Modeling: Issues and Challenges in Mathematics Education and Teaching. <https://doi.org/10.5539/jmr.v11n5p71>
4. BAUTISTA, G.; CACUYONG, R.; YUNianto, W.; TEJERA, M.; FENYVESI, K.; LAVICZA, Z. From Equations to Entrepreneurship: Students Creating and Selling Function Art, 2025.
5. BEDEWY, Sh.; LAVICZA, Z. STEAM + X – Extending the transdisciplinary of STEAM-based educational approaches. In: *Thinking Skills and Creativity*, 48, 2023, 101299.
6. BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: S.J. Cho (Ed.) *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, pp. 73–96. 2015. Springer. ISBN 978-3-319-12687-3.

7. BLUM, W., BORROMEO FERRI, R. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 2009.
8. BORROMEO FERRI, R. On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behaviour. *Journal für Mathematikdidaktik*, 31(1), 2010, pp. 99–118.
9. CHAPMAN, O. Mathematical modelling in high school mathematics: teachers' thinking and practice. In: W. Blum et al. (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*, 2007, pp. 325–332. Springer. ISBN 978-0-387-29822-1.
10. CONFREY, J. Epistemology and modelling – overview. In: W. Blum et al. (Eds.), *The 14th ICMI Study*, 2007, pp. 125–128. Springer. ISBN-13: 978-0-387-29820-7.
11. *Curriculum național Matematică. Clasele V–IX. Curriculum disciplinar. Ghid de implementare*. Coord.: A. Cutasevici, V. Crudu, V. Ceapa; grupul de lucru: I. Achiri (coord.) [et al.]. Chișinău: Lyceum, 2020. 180 p. ISBN 978-9975-3438-7-9.
12. *Curriculum național pentru liceu (2019). Matematică. Ghid de implementare a curriculumului pentru clasele X–XII*. Coordonatori: A. Cutasevici, V. Crudu, V. Ceapa; grupul de lucru: I. Achiri [et al.].
13. EAMES, Ch. L.; BRADY, C.; LESH, R. Formative self-assessment: A critical component of mathematical modeling. În: C. R. Hirsch & A. Roth McDuffie (Eds.), *Annual Perspectives in Mathematics Education 2016: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (pp. 261–272). National Council of Teachers of Mathematics. 2016. ISBN 978-0-87353-973-9.
14. FREY, P. Laboratoire Jacques Louis Lions Institut des sciences du calcul et des données Sorbonne Université. Introduction à la modélisation mathématique et à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. 2020-2021. <https://www.ljll.fr/frey/cours/UPMC/M5105/slides1.pdf>
15. *GAIMME: Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education, Second Edition*. Sol Garfunkel, Michelle Montgomery (editors). COMAP and SIAM, Philadelphia, 2019. <https://www.siam.org/publications/reports/guidelines-for-assessment-and-instruction-in-mathematical-modeling-education-gaimme/>
16. GALBRAITH, P.; STILLMAN, G.; BROWN, J.; EDWARDS, I. Facilitating middle secondary modelling competencies. In: C. Haines et al. (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12)*, 2007, pp. 150–160. Horwood Publishing. ISBN 978-1-898563-93-4.
17. GALLUZZO, B.; ADEOLU, A.; ZBIEK, ROSE M.; KAUFMAN, G.; BRASS, A.; CHAO, J. *Scaffolding mathematical modelling from existing models*. Springer, 2025. ISBN 978-3-031-56067-4.

18. GRAVEMEIJER, K. Emergent Modelling as a Precursor to Mathematical Modelling. In: *Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, HW., Niss, M. (eds) Modelling and Applications in Mathematics Education*. New ICMI Study Series, vol 10, 2007. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_12
19. HART, E.; MARTIN, W. Gary. Discrete mathematical modeling in the high school curriculum. In: C. R. Hirsch (Ed.), *Annual perspectives in mathematics education* (pp. 217–226). National Council of Teachers of Mathematics, 2016. ISBN 978-0-87353-973-9
20. KAISER, G.; MAAß, K. Faculty of Education, University of Hamburg Modelling in lower secondary mathematics classroom - problems and opportunities. In: *The 14th ICMI Study*, pp. 100–108, 2007. ISBN-13: 978-0-387-29820-7.
21. KUZNIAK, A. *Enseignement de la modélisation mathématique et construction du travail mathématique*. Synthèses et perspectives en didactique des mathématiques. Preuve, modélisation et technologies numériques (Numéro spécial), pp.91-110. 2024. <https://hal.science/hal-04216192v2/document>
22. LESH, R. Research on models and modeling and implications for common core state curriculum standards. In: R. Mayes & L. Hatfield (Eds.), *WISDOMe Monograph*, vol. 2, 2012, pp. 197–203. University of Wyoming.
23. NISS, M.; HØJGAARD, T. *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde University, 2011, IMFUFA.
24. NISS, M.; HØJGAARD, T. Mathematical competencies revisited. In: *Educational Studies in Mathematics*, 2029, 102(2), pp. 161–182. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
25. POLLAK, H. Mathematical modelling – a conversation with Henry Pollak. In: *W. Blum et al. (Eds.), The 14th ICMI Study*, pp. 109–122. Springer. 2007. ISBN-13: 978-0-387-29820-7.
26. SILVA, CJ.; CHYBA, M.; HUERTA CUELLAR G. Editorial: Mathematical modeling and optimization for real life phenomena. *Front. Appl. Math. Stat.*, 2024 10:1389061. doi: 10.3389/fams.2024.1389061.
27. TELEUCĂ, M.; SALI, L.; CIOBAN-PILEȚCAIA, A. Dezvoltarea abilităților de modelare matematică. In: *Conference on Applied and Industrial Mathematics: CAIM 2022*, Ed. 29, 25-27 august 2022, Chișinău. Chișinău, Republica Moldova: Casa Editorial-Poligrafică „Bons Offices” SRL, 2022, Ediția a 29, pp. 206-211. ISBN 978-9975-76-401-8.
28. TELEUCĂ, M.; SALI, L. Aspecte ale dezvoltării abilităților de modelare matematică în cadrul activității extracurriculare. In: *Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)*, Ed. Ediția a 2-a, 28-29 octombrie

- 2022, Chişinău. Chişinău: Tipografia UST, 2022, Ediția 2, pp. 169-175. ISBN 978-9975-76-411-7.
29. YAVUZ, M.; DASSIOS, I. Significance of Mathematical Modeling and Control in Real-World Problems: New Developments and Applications. In: *Math. Comput. Appl.* 2024, vol. 29, 82. <https://doi.org/10.3390/mca29050082>
30. VORHÖLTER, K.; KAISER, G. Theoretical and pedagogical considerations in promoting students' metacognitive modeling competencies. În: C. R. Hirsch & A. Roth McDuffie, *Annual Perspectives in Mathematics Education 2016: Mathematical Modeling* (pp. 273–280). National Council of Teachers of Mathematics. ISBN 978-0-87353-973-9.
31. ZBIEK, R. M.; CONNER, A. M. Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings. In: *Educational Studies in Mathematics*, 63, 2006, pp. 89–112.
32. ZBIEK, R. M. Supporting teachers' development as modelers and teachers of modelers. In: C. R. Hirsch & A. Roth McDuffie (Eds.), *Annual Perspectives in Mathematics Education 2016: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (2016, pp. 247–260). National Council of Teachers of Mathematics. ISBN 978-0-87353-973-9.
33. ZBIEK, R. M.; PETERS, S.; GALLUZZO, B.; WHITE, S. Secondary mathematics teachers learning to do and teach mathematical modeling. In: *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27, 2022, pp. 55–83.
34. МИЩЕНКО, Е. Ф.; МИЩЕНКО, А. С.; ЗЕЛИКИН, М. И. Адекватность математических моделей в теории управления, физике и экологии. In: *Журнал Фонда математического образования*, 4(92), 2019, с. 2–16.
35. MEC. Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare. MATEMATICA Programă pentru examenul național de bacalaureat. Chişinău, 2021. https://ance.gov.md/sites/default/files/programa_bac_matematica.pdf
36. <https://exceleaza-la-matematica.weebly.com/planific259ri--programe-537i-proiecte-didactice.html>
37. National Council of Teachers of Mathematics. *Linking mathematics education research and practice*. <https://mathematicalexplorations.co.in/home/>
38. National Council for Curriculum and Assessment. *Designing activities, tasks and problems in mathematical modeling*, 2019. https://ncca.ie/media/5474/11-designing_activities_tasks_and_problems_mm.pdf

Recepționat / Received: 26.01.2026

Acceptat / Accepted: 20.03.2026

Email: sali.larisa@upsc.md
cozma.dumitru@upsc.md
mirela.covalciuc1@gmail.com