

# TRANSPUNEREA DIDACTICĂ A CONȚINUTURILOR PENTRU DEZVOLTAREA GÂNDIRII MATEMATICE

**Marcel Teleuc** , *doctor, conferențiar universitar*

**Ilie Lupu**, *doctor habilitat, profesor universitar*

**Larisa Sali**, *lector superior universitar*

**Universitatea de Stat din Tiraspol**

**Abstract:** *The purpose of this work is to reveal important principles of mathematical education, which are applicable especially in the case of children gifted in mathematics. In this frame, the article emphasizes the idea of launching some extracurricular courses that will offer the pupils the opportunity to develop their abilities in different school subjects they excel at.*

**Key words:** *content of education, development of mathematical thought, principles of mathematical education, deductive thought, heuristic thought.*

Actualizarea și modernizarea conținuturilor matematice trebuie să fie însoțită de elaborarea unor studii științifice care să satisfacă rigorile matematice și legile psihologice ale actului uman de cunoaștere, ce se desfășoară în psihicul fiecărui copil/adolescent. La bază stau unele principii care nu sunt doar niște fraze ușor acceptabile din punct de vedere logic, ci reflectă într-un mod diferențiat realitatea școlară, putând deveni un fir al Ariadnei, niște idei călăuzitoare care să conduc efectiv la elaborarea de programe și manuale. Aceste principii impun elaborarea unui curriculum care ar implica:

- flexibilitatea conținuturilor care permite extinderea, aprofundarea, accelerarea, reorganizarea, compactarea, un ritm flexibil de învățare, abordări interdisciplinare și experiențe de învățare transcurriculare;
- flexibilitatea la nivel de proces, care să promoveze creativitatea și gândirea critică, oportunități de învățare prin descoperire, ce ar permite libertatea de alegere a traseelor de învățare;
- diversificarea produselor/rezultatelor, care să încurajeze învățarea autentică, să susțină exprimarea creativă, să solicite termene realiste de învățare, să includă probleme de mare interes din lumea reală, să includă evaluări adecvate, să încurajeze utilizarea metodelor moderne de prezentare;
- flexibilitatea mediului de învățare, care să ofere oportunități pentru învățământul informal, să stimuleze independența și gândirea complexă, să ofere un mediu ambiental stimulativ, să susțină asumarea riscurilor, să stimuleze învățarea centrată pe elev, să deruleze programe de mentorat în baza colaborării cu instituțiile de învățământ superior.

La nivel mondial sunt recunoscute câteva forme de intervenție educațională sau „strategii” generale care vizează copiii dotați și supradotați: accelerarea studiilor, gruparea în clase speciale, adaptarea curriculară (curriculum diferențiat), amplificarea (îmbogățirea extracurriculară) și altele [1, p. 119].

Accelerarea studiilor necesită decizii administrative pentru flexibilizarea perioadei școlare și reducerea duratei unor cicluri de învățământ. Aceste măsuri se pot lansa la cererea părinților copilului, cu acordul acestuia, respectându-se mai multe rigori. Gruparea în clase speciale necesită, în primul rând, resurse financiare suplimentare.

Strategia de amplificare sau îmbogățire colar presupune conceperea unor serii de programe speciale, destinate unui individ sau unui grup mic de elevi, în afara programului colar. Programele vor include conținuturi la disciplinele din aria curriculară aleasă, care nu sunt acoperite decât parțial de cursul obișnuit și vor fi destinate atât nivelului primar, cât și celui secundar.

În aspect psihopedagogic se creionează din ce în ce mai mult ideea că, în procesul de învățare a matematicii, elevul cu abilități mai pronunțate nu trebuie numai să urmărească și să înțeleagă raționamentele profesorului, ci este indicat ca el să parcurgă sub îndrumarea acestuia un traseu de cunoaștere, având multiple puncte comune cu cel care are loc în mintea creatorului de matematică. În concordanță cu această teorie, elevii ar trebui să formuleze probleme și tot ei să caute soluții sub îndrumarea, bineînțeles, a profesorului.

În aplicarea acestei teorii apare, printre altele, problema raportului: *ce legătură ar trebui să existe în procesul de predare-învățare între intuiție, inducție, raționament euristic și aplicațiile matematicii, pe de o parte, și rigoarea matematică, în sensul ei de azi, pe de altă parte.*

Idealul științific contemporan de a epura noțiunile din necesități logice de orice conținut intuitiv a devenit, în același timp, și ideal didactic [2]. În acest context sunt foarte elocvente comentariile privind lupta dusă de Descartes și Leibniz împotriva inducției și a lui Newton [3, p.44].

Ce-i rămâne de făcut elevului care parcurge o expunere și nu ține cont de faptul că nivelul aptitudinilor lui în domeniul matematicii este mult mai mare decât cel mediu, decât să urmărească și să înregistreze cât mai fidel definițiile cu atenție încordată pentru a nu pierde niciun amănunt, pentru că orice scapare a unei părți din definiție se răzbină apoi perfid în dezvoltările ulterioare. Poate fi oare numită aceasta drept o activitate de gândire creatoare? Oare matematicianul, când descoperă o expunere axiomatică, nu gândește altfel? El are în față o mulțime de fapte matematice cunoscute împreună cu numeroase legături deductive, iar în momentul în care dă o definiție este conștient de rolul fiecărei nuanțe și al fiecărui cuvânt, pentru că definiția să descrie exact faptele matematice pe care le are în minte. Cercetătorul are în față următoarea problemă: pot găsi o înlocuire deductivă? El poate astfel aprecia corectitudinea, eficiența, rolul fiecărui pas deductiv, precum și măsura în care a rezolvat problema pe care și-a propus-o.

Felix Klein reflectează în „*Elementarmathematik von höheren Standpunkte aus*” [4] cu privire la modul deductiv de a dezvolta teoriile, considerându-le foarte greu de citit, dacă în ele nu sunt indicate și introductive și referințe la formule analitice. Uor de înțeles este însă întotdeauna expunerea genetică, aceea care urmează aproximativ drumul care l-a dus pe autor la descoperirea ideilor sale.

Prezentările lipsite de „indicații inductive”, în care expunerea este departe de a fi „genetică”, elevilor le apar adesea ca niște „deus ex machina”, provocându-le reacții care s-ar putea exprima prin cuvintele: „Vreau să învăț cum să rezolv eu problema. Nu pot înțelege însă cum a putut un om să ajungă la definiția dumneavoastră. Ce pot învăța de aici? Cum a putea ajunge eu singur la o astfel de definiție?”

În unele manuale, autorii, plecând de la un sistem de axiome din care deduc riguros un număr de teoreme, nu explică „cum s-a întâmplat că cineva a putut să adune acele

axiome împreună și a rezolvat cu ele teoreme, demonstrând totodată că aceste teoreme se și aplică”.

Față de gândirea vie, creatoare a cercetătorului conștient de mijloacele pe care le întrebuințează și de scopul pe care îl urmărește, elevului – în cazul unor astfel de expuneri – îi se cere adesea numai efortul de a urmări niște pași, de rostul cărora nu-și poate da seama pe parcurs, iar sarcina de a reproduce independent acest algoritm îi revine pe te orice inițiativă, orice prilej de a avea altă motivație pentru munca sa decât voia.

Acest lucru se observă, mai ales, la elevii cu capacități deosebite, care, pe lângă faptul că au un potențial mai înalt decât media, sunt interesați nu numai să afle lucruri noi referitor la vreo teoremă, definiție sau altele, dar și să solicite mai des din partea profesorului explicații referitor la modul cum s-a ajuns la acestea, deoarece adesea la sfârșitul expunerii unei teme cititorul nu poate desprinde liniile directoare de ansamblu din mulțimea elementelor logice studiate. Este cazul să credem, pe bună dreptate, că expunerile strict deductive, logic riguroase, nu satisfac exigențele psihopedagogice și nu îl conduc pe elevul dotat să-și formuleze noțiunile, să descopere el însuși relațiile și proprietățile matematice, ci îi impun gândirea noastră matură finită.

**Principiul 1.** *Sistemul deductiv, riguros matematic, trebuie să fie însoțit de indicații de ordin euristic, precum și de indicații privind modul matematic de gândire într-un manual.*

În ultimul timp, unii autori de manuale încearcă, mai ales pentru elevii ciclului primar, să realizeze un compromis între modul prin care conduc elevii să descopere ei înșiși faptele matematice și expunerea lor deductivă. Dar nivelul acestor manuale este, pe bună dreptate, foarte scăzut pentru un elev performant, care încearcă să se adâncească în studierea unei matematici compuse doar din subiecte elementare.

Încercările de a crea manuale care să satisfacă aceste necesități au evidențiat o serie de dificultăți, ca de exemplu:

- a) Prezentarea deductivă alterează rigurozitatea expunerii matematice.
- b) Indicațiile suplimentare, amestecându-se în irul raționamentelor, duc la pierderea unității acestora.
- c) Indicațiile date cu intenția de a ajuta au tocmai un efect contrar. Actul de descoperire nu se produce în psihicul fiecăruia la fel: pentru unii cititori, indicațiile nu sunt suficiente sau nu sunt adecvate, pentru alții, ele sunt prea numeroase. Primii nu se antrenează conform liniei sugerate, iar ceilalți sunt stânjeniți, trași înapoi. O idee care tocmai se înfiripă este bruiată de indicații inutile, iar până când cititorul descoperă, de fapt, era pe cale să anticipeze, ideea se desprinde, se pierde fiind necesar un nou efort de concentrare.
- d) Chiar dacă la prima citire manualul are indicații auxiliare potrivite cititorului, după ce acesta a ajuns să descopere sau să înțeleagă cum au descoperit alții faptele comunicate, simte nevoia să se înnumere numai rezultatele și să le așeze la locul cuvenit în ansamblul celor știute. Revederea, repetarea, sistematizarea sunt foarte greu de efectuat după un astfel de manual, în care indicațiile auxiliare sunt foarte bune pentru primul contact, dar inutile la stadiul în care cititorul se află acum, deoarece se găsesc amestecate cu definițiile, teoremele și demonstrațiile pe care el trebuie să le revizuiască.

e) În manualele de învățământ programat se încearcă, prin întrebări și comparare de răspunsuri tip rite uneori la pagini diferite, o adaptare la ritmul de gândire propriu al fiecărui elev. În acest caz, repetarea materiei este și mai dificilă. Nu numai că faptele matematice sunt amalgamate printre întrebări și răspunsuri corecte și greșite, ci și se întâmplă ca un raționament să fie expus pe câteva pagini, care nici măcar nu se succed totdeauna în ordinea cuvenită.

**Principiul 2.** *Indicațiile euristice și metodologice trebuie separate cu claritate de expunerea matematică.*

Dificultățile de natură celor schitate mai sus au condus la două atitudini:

a) renunțarea la tot bagajul auxiliar pentru o expunere clară, simplă și corectă din punct de vedere matematic, cu foarte puține indicații euristice sau false;

b) tendința de a corecta, îmbunătăți îndrumările prin înlăturarea deficiențelor.

Mai adecvat ni se pare separarea netă și evidențiată a indicațiilor euristice și metodologice de expunerea teoretică a faptelor. Delimitarea dintre indicații și construcția matematică s-a realizat în unele manuale prin titluri de genul „observații”, ce preced indicațiile și „expunerea matematică”, prin amplasarea înaintea expunerii sau prin formatul literelor etc.

Procesul de gândire fiind diferit în etapa de căutare față de cel din etapa de expunere a unei construcții matematice, este foarte important ca cititorul să știe cărei etape de gândire se adresează fiecare fragment din manual. Reluând informațiile, cititorul are o imagine clară a expunerii matematice, asupra căreia se poate concentra fără a mai fi deranjat de indicațiile euristice devenite acum inutile. Dacă ceva îi este neclar în expunerea matematică, să o poată explica în partea rezervată lor. Indicațiile ajutoare nu mai rup continuitatea raționamentelor și nici nu le mai denaturează.

Considerăm binevenită ideea să existe întotdeauna două texte indicate elevilor supradotați, unul care să cuprindă expunerea pur matematică, succintă, clară și corectă, nealterată și nebruiată de nicio indicație suplimentară – text care să fie numit manual teoretic și al doilea text, auxiliar, care să cuprindă indicațiile euristice și metodologice și care să fie numit manual metodic. Cele două manuale pot fi tipărite pe pagini separate (pe pagina din stânga - indicațiile euristice și pe cea din dreapta - construcția matematică respectiv) sau în manuale diferite, însoțite de indicații reciproce de pagini. Cei ce au nevoie de mai puține indicații auxiliare vor citi mai mult manualul teoretic și vor recurge la celălalt numai la nevoie și invers. Un elev cu capacități deosebite și interes mai pronunțat în domeniul matematicii ar putea urmări cu ușurință subiectele din ambele manuale, care îi vor satisface atât necesitatea de a însuși teoria nouă, cât și de a primi indicații concrete și logic structurate asupra originii și aplicării acestora. În alte cazuri, elevii dotați sunt tentați să elaboreze propria viziune asupra subiectului abordat, iar apoi să compare rezultatele proprii cu cele ale autorilor manualului. Acest procedeu oferă posibilitatea de a trăi „bucuria faptului că oamenii de timpuri gândesc la fel”.

Pentru același conținut matematic, pentru același manual teoretic ar putea exista diverse manuale metodice. Elevul îl va folosi pe cel care-i convine mai bine sau care îi se pare, din anumite considerente, mai interesant, eventual, va consulta mai multe manuale metodice pentru o temă dificilă. Este important să observăm că fiecare autor îndrumă

gândirea elevului în felul specific în care gânde te el însu i i c îndrumarea va fi cu atât mai eficient , cu cât gândirea autorului i cea a elevului vor fi mai apropiate.

**Principiul 3.** *Studiul individual s precead , nu numai s succead lec ia profesorului.*

Pân în prezent, metoda prin care profesorul explic este predominant . Elevul supradotat studiaz explica iile i con inuturile din manual, ca, în final, s fie evaluat. Dacă explica iile profesorului sunt bune, elevul nici nu mai cite te manualul, ceea ce nu este totdeauna un avantaj.

Dacă un manual teoretic este înso it de unul metodic, ambele elaborate cu mult grij , ar fi mult mai eficient ca elevii cu capacit i deosebite s citeasc m car unele p r i din manual, fiecare adoptând propriul ritm. Rolul profesorului ar fi, în acest caz, s completeze i s faciliteze în alegerea sau s -i ajute pe cei pentru care „litera moart ” a manualului nu a fost suficient pentru a-i conduce la înglobarea faptelor. Experien a demonstreaz c randamentul spore te atunci când profesorul se adreseaz unor elevi care au parcurs deja subiectul i i-au format o opinie. Ace tia sunt mult mai capabili s în eleag în compara ie cu cei care abia au început studierea tematicii în cauz . Profesorul ar fi chemat numai s r spund întreb rilor puse de elevi, ceea ce ar asigura un interes sporit al acestora i o mai mare eficien a explica iilor. Dacă elevii ar formula mai des întreb ri i profesorul ar r spunde la ele, eficien a înv mântului ar fi mult mai mare. Acest procedeu este util s fie aplicat înainte de evalu ri i în procesul de preg tire pentru olimpiade i concursuri.

Este cunoscut c i elevii cu capacit i deosebite întâmpin uneori dificult i la formularea demonstra iilor, iar elevii din clasele superioare i studen ii întâmpin dificult i asem n toare la parcurgerea cursurilor expuse axiomatice i formal. Întrucât în cazul oric rui proces de modernizare a con inutului matematicii colare caracterul deductiv axiomatice i formal al expunerii cre te, dificult ile nu pot fi neglijate. Se accentueaz din ce în ce mai mult importan a formativ a înv mântului matematic atât pentru eficien a instruirii i pentru sporirea cantit ii de cuno tin e matematice însu ite, cât i pentru contribu ia pe care o aduce matematica în formarea unei gândiri tiin ifice. Dificult ile i deficien ele semnalate mai sus arat c acumul rile cantitative de experien de gândire din anii de coal nu sunt înc suficient de bine organizate pentru a determina salturile calitative necesare.

Propunem câteva idei privind importan a expunerii problemei i a efortului de a o rezolva.

#### *1) Generaliz ri prin induc ie*

G. Polya scria: „Studierea începe de la ac iune i percep ie, trece de la ele la cuvinte i no iuni i trebuie s se termine cu producerea unor noi particularit i mentale” [5, p. 291].

Pornind de la dezvoltarea istoric a matematicii i de la cunoa terea gândirii copilului, rezult c studierea matematicii la stadiul încep tor trebuie s fie preponderent intuitiv . Structurile cognitive se succed dup o lege de dezvoltare în a a fel, încât fiecare dintre ele s asigure un echilibru proceselor, opera iilor mintale, care au ap rut în cadrul stadiului precedent, cu structura sa particular . Acest principiu afirmat de J. Piaget i numit *principiul psihogenetic al stimul rii i acceler rii dezvolt rii stadiale a inteligen ei*

rela ioneaz strâns cu principiul ipotezei optimiste în activitatea educa ional i cu principiul abord rii diferen iate i individualizate a elevilor în procesul de înv mânt, fundamentându-le baza tiin ific psihologic [6, 128].

Primul element ra ional ce apare spontan la elevi este generalizarea experien elor concrete (de exemplu, aplicarea practic a principiului lui Dirichlet: punând la dispozi ia elevilor 6 cutii e i 7 nuci, li se cere s argumenteze de ce în cel pu in una dintre cutii vor fi minim 2 nuci). Se urm resc i se analizeaz fenomene pe care le consider m date, cunoscute din afara matematicii (copiii tiu ce înseamn s „pun la un loc” dou mul imi), numerele i opera iile descriind astfel de rela ii. Educa ia matematic reclam dezvoltarea spiritului de observa ie, a aten iei i a imagina iei, precum i a intui iei. Prin ultima se realizeaz meninerea rela iei permanente cu universul real. G. Polya scria c „abstrac iile sunt bune, dar folosi i toate mijloacele ca s le face i mai perceptibile”. [7, p. 289] Prin logic este demonstrat adev rul afirma iilor, iar prin intui ie invent m, dezvoltând creativitatea ca cea mai însemnat calitate psihic .

### 2) *Surprinderea unor leg turi deductive*

De la observa ie i experien se poate trece firesc la ra ionament deductiv, chiar dac elevii dota i sunt îndruma i, la început, s descopere leg turile deductive dintre propriet i. Acest scop se poate realiza prin explicarea faptelor (de exemplu, dac într-un cerc se construiesc unghiuri la centru de aceea i dimensiune, rezult mereu arce corespunz toare cu m suri egale) i prin punerea la îndoial a generaliz rilor i solicitarea unor argumente ra ionale formulând întreb ri de genul: „Se pare c exemplele date ne conduc la ideea c ..., dar este oare întotdeauna a a?”

În clasele primare se folosesc, în propor ie exagerat , simple generaliz ri i verific ri. O generalizare este superioar , ca activitate psihic de cunoa tere, unei simple memor ri; elevul dotat chiar descoper astfel faptele matematice. Dar abuzul de generaliz ri, neînso ite de justific ri întemeiate, îl obi nuie te pe elev s se conving de unele adev ruri pe aceast cale i atunci demonstra iile par inutile.

### 3) *În elegerea necesit ii demonstra iilor*

Prin acumulare de explica ii i argument ri care s înso easc i uneori s înlocuiasc generaliz rile prin induc ie i prin exemple judicios alese, în care intui ia în eal , elevul cu capacit i deosebite poate fi treptat ghidat s pun la îndoial orice observare direct i s fac saltul dinspre în elegerea necesit ii demonstra iei spre stadiul deductiv. Rigoarea în demonstra ii poate fi de asemenea treptat educat .

### 4) *Rostul unui sistem axiomatic comprehensiv*

Dup parcurgerea unui num r potrivit de demonstra ii izolate, elevii dota i pot fi condu i spre analiza lan ului deductiv pentru a stabili propozi iile admise f r demonstra ie, din care s-au dedus toate celelalte. Apare întrebarea fireasc dac nu cumva num rul axiomelor poate fi redus, dac ele sunt suficiente etc. De la demonstra ii izolate se trece astfel la un sistem deductiv. Axiomatizarea ca descriere logic a unor fapte cunoscute intuitiv apare firesc.

De aici nu mai este decât un pas pân la constatarea c propozi iile deduse logic din axiome sunt adev rate nu numai pentru obiectele pe care le-am avut în minte, când am f cut construc ia, ci i pentru elemente oarecare, dac ele satisfac axiomele. Epurarea

ra ionamentelor de orice element intuitiv, admiterea conștientizat, și mai ales neconștientizat, a oricărei situații fără controlul riguros al modului în care ea rezultă din axiome apare astfel justificat. Construcția va fi numai în aceste condiții valabilă pentru orice elemente care satisfac axiomele.

Ceea ce pare esențial este că elevii cu capacități deosebite să fie îndrumați nu numai să acumuleze cunoștințe, dar și să redescopere raionamentele specifice și riguroase din matematică, metodele ei de lucru.

În articolul lui V. Arnold [8] se reiterează că pericolul abordării deductiv-axiomatice a fost sesizat de mulți matematicieni, inclusiv de A. Kolmogorov. Cronologic, primul care a scris despre aceasta a fost matematicianul american G. Silvestr. Acesta consideră că ideile matematice nu trebuie în niciun caz să se împietrească, deoarece ele pierd forță și aplicațiile în încercarea de a axiomatiza proprietățile utile. Ideile trebuie percepute ca apă în râu: noi nu intrăm a doua oară în aceeași apă, cu toate că vadul este același. Ideea poate genera o mulțime de axiomatizări diferite și neechivalente, fiecare dintre care reflectă ideea, dar nu complet. La aceste concluzii, G. Silvestr a ajuns examinând, în opinia sa, „un fenomen intelectual straniu care demonstrează că unei afirmații mai generale este adesea mai simplu decât demonstrațiile cazurilor particulare ce se conțin în ea”. Arnold consideră că această opinie explică tendința Burbaki ca noțiunile să fie cât mai generale.

Pentru a realiza o evoluție firească, de la intuitiv la riguros, a gândirii elevilor dotați și pentru a stimula și dezvolta gândirea lor creatoare, deci și gândirea lor euristică, considerăm că este necesar ca:

1) Axiomatizarea să fie precedată de un studiu pe baze intuitive.

2) Axiomatizarea să apară elevilor ca descriere logică a unor modele intuitive cunoscute anterior, așa cum axiomatizarea a fost, de fapt, concepută inițial de către marii creatori de sisteme axiomatice.

3) Sistemele comprehensive să le precedă pe cele formale.

În acest caz definirea noțiunilor apare explicabilă elevilor. De exemplu, dacă ei cunosc noțiunea de vector, ca segment orientat în spațiul tridimensional, cunosc caracterizarea lui prin trei coordonate, precum și aflarea coordonatelor sumei a doi vectori, ei pot înțelege „cum a ajuns cineva” la definiția matricei cu o coloană și trei linii, la definirea sumei a două matrice, etc. Chiar și după ce rostul axiomatizării a fost înțeles, o construcție mai puțin abstractă are un rol euristic important în studiul unei mai abstracte. Considerăm, în același timp, că nu trebuie neglijate criteriile de relevanță ale conținuturilor [9, p.189-190] expuse în manual.

În elegem prin „studiu pe baze intuitive” o prezentare a matematicii în care:

- noțiunile evidente din punct de vedere intuitiv nu se definesc (de exemplu, aria unui poligon);

- axiomele se enunță pe baza unor ilustrații intuitive (de exemplu, se cere, folosind materialul didactic, să se construiască plane care să treacă prin trei puncte);

- nu se enunță axiomele „prea îndepărtate” de intuiția directă sau cele care exprimă fapte care sunt înțelese de la sine de elevi (de exemplu, dacă  $B$  este între  $A$  și  $C$  atunci  $B$  este între  $C$  și  $A$ );

- nu se respect completitudinea, noncontradicția și independența sistemelor de axiome, enunțând, tot pe bază de ilustrații intuitive, un număr de teoreme necesare, cu demonstrațiile ulterioare (de exemplu, dintr-un punct situat pe o dreaptă se poate duce o singură perpendiculară la dreapta dată etc.).

Un astfel de studiu trebuie să-l facă elevii începători. Dificultatea dirijării din partea profesorului constă în asigurarea unei căi convingătoare, din punct de vedere intuitiv, în stimularea gândirii creatoare a elevilor dotați, ajutându-i să descopere faptele și raționamentele matematice. Problema pedagogică este complexă și pentru acestea s-au propus adesea soluții mult prea simple, ca de exemplu, renunțarea la condiția ca acești elevi să descopere prin efort propriu matematica, la rigoarea matematică, la ilustrarea intuitivă etc.

Se recomandă de la început ca elevilor dotați să li se precizeze „regula jocului” logic care ar fi matematica, rigoarea matematică fiind astfel respectată. Se pierde însă realizarea procesului de descoperire a provenienței tocmai acestor reguli ale jocului, pentru că matematica nu o putem concepe ca un joc logic arbitrar. Sau se susține că, deoarece demonstrația are rost din punct de vedere psihologic numai atunci când există un dubiu, este cazul să demonstrăm numai proprietățile neevidente intuitiv și să nu urmărim neapărat ca succesiunea demonstrațiilor să formeze un tot coerent. În acest caz se renunță la rigoarea matematică, numai că astfel acumularea de cunoștințe nu e corelată cu o acumulare corespunzătoare de experiențe de gândire matematică.

Considerăm că pot fi găsite soluții satisfăcătoare pentru a înfrunța această problemă pedagogică, dacă, pe de o parte, considerațiile intuitive, euristice prin care urmărim să ghidăm gândirea elevilor dotați spre a descoperi faptele și metodele raionale ale matematicii vor fi separate de construcția matematică propriu-zisă, pe de altă parte, se respectă în expunerea conținuturilor pur matematice dintr-un manual - ceea ce anterior am numit manualul teoretic - următoarele condiții:

1) Sistemul matematic dintr-un manual școlar trebuie să constituie o transpunere didactică a celui științific.

Transpunerea didactică a informației științifice într-un ansamblu de elemente de cunoaștere prelucrate și adaptate la stadiile de vârstă ontogenetică a elevilor este preponderent prerogativa autorilor de manuale, profesorului revenindu-i misiunea de a proiecta metodologiile didactice și de a armoniza mediul predării cu mediul învățării [10, p.197]. Problema selectării conținuturilor învățării de către profesor a devenit majoră la etapa contemporană, deoarece s-a produs răsturnarea priorităților în sistemul de finalități educaționale. Repoziționarea atitudinilor în capul listei de finalități conduce la necesitatea centrării procesului educațional pe subiectul de învățare, astfel, cadrul didactic este impus mereu și în cont de caracteristicile psihocomportamentale ale elevilor, deci să aleagă manuale de alternativă, ghiduri, materiale didactice adecvate, să elaboreze și să implementeze curriculum-ul la decizia colii. Prin urmare, profesorul prelucrează și adaptează permanent elemente de cunoaștere din știința fundamentală la posibilitățile, aptitudinile și interesele elevilor, adică se ocupă de transpunerea didactică a conținuturilor selectate, filtrate, reinterpretate. Științific, se face o construcție logică, se aleg axiomele astfel, încât să satisfacă independența, noncontradicția și completitudinea. Didactic,



construc ia matematic trebuie s foloseasc numai acele ra ionamente, acele deprinderi i metode de a gânda, pe care elevii le st pânesc i care s -i conduc , în plus, la deprinderea altora, într-o evolu ie continu i fireasc a gândirii lor matematice.

2) Con inutul matematic dintr-un manual i din succesiunea manualelor trebuie s constituie în ansamblu, un sistem logic coerent.

Un manual trebuie elaborat ca o nou construc ie în condi iile logice în care se afl elevul dotat, de aceea trebuie s -i propun acestuia ni te ra ionamente coerente. Neglijând acest imperativ elementar, manualele con in înc o seam de discontinuit i i de incoeren e logice. De exemplu:

a) Se transcriu identic unele ra ionamente dintr-un sistem construit pe anumite baze în altul, în care punctele de plecare sunt diferite. Se tie c în matematic exist pentru aceea i disciplin construc ii care pleac de la sisteme de axiome diferite i lan ul deduc iilor este diferit (de exemplu, axiomatizarea geometriei dup Hilbert sau dup Weyl). Ra ionamentele dintr-o construc ie nu pot fi intercalate oricum în alta. În manualele colare, o construc ie mai pu in abstract trebuie s preced una mai abstract . Ra ionamente corecte, de exemplu în algebra abstract , nu pot fi p strate identic într-o algebr elementar , în care polinoamele sunt cazuri cu totul particulare i care se adreseaz unor elevi care nu cunosc înc algebra abstract , ci abia fac cuno tin cu problematica ei.

b) Se ignor ceea ce elevii au înv at anterior i, în acest mod, elevii supradota i sunt dezorienta i de diferen a dintre ceea ce au înv at i ceea ce înva . Coeren a logic este o condi ie ce se impune nu numai unui manual, ea trebuie asigurat în succesiunea manualelor diferitelor clase. Condi ia de coeren logic mai poate fi exprimat i prin urm torul principiu pe care îl consider m fundamental i care este adeseori neglijat.

Un con inut matematic, odat înv at, trebuie s fie ulterior aprofundat i completat, dar niciodat nu trebuie ignorat i nici nu este permis ca dezvolt rile ulterioare s apar în contradic ie cu ceea ce a fost expus anterior. Este absolut obligatoriu ca fiecare con inut matematic înv at s fie o consecin sau un rezultat al celor studiate anterior, pentru a nu produce o ruptur în irul logic însu it i a nu distorsiona viziunea elevului asupra matematicii ca obiect de studiu.

Concluzii: În Republica Moldova manualele de matematic nu iau în considera ie existen a copiilor dota i, lipsesc manualele speciale destinate acestora. Manualele de matematic propuse trebuie s fie divizate în manual teoretic i metodic. În ambele „manuale” s fie inclus material înso itor pentru elevii dota i, dar acest material s fie separat de materialul recomandat tuturor elevilor, neobligatoriu.

Pentru lucrul cu elevii dota i i supradota i ar putea fi elaborate manuale electronice. În cadrul activit ii sistematice extracurriculare dup acest manual, profesorul împreun cu elevii l-ar îmbog i cu materiale noi, iar c tre sfâr itul fiec rui an de studii sunt binevenite conferin ele la nivelul statului, atelierele de lucru pe tema schimbului de experien i bunelor practici realizate în acest domeniu.

## BIBLIOGRAFIE:

1. Benito Y., *Copiii supradota i. Educa ie, dezvoltare emo ional i adaptare social* . – Ia i; Polirom, 2003. 192 p.

2. „  
 «  
 » 21 2000 . [http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=viarn\\_nuzhnali](http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=viarn_nuzhnali)
3. Cheminade J., L'enfance de l'Homme. În „ Fusion”, mars-avril 2000, Ed. Alcuin, Paris.
4. K „  
 . „ , 1987 — 416 .
5. „ . M. 1960, 452 p.
6. Piaget J., Barbel I. *Psihologia copilului*. Trad. din fr. Chi in u: Ed. Cartier, 2005. - 160p.
7. „ . M. 1960, 452 p.
8. „ . — .: , 2003. 60 .
9. V ideoanu G., *Educa ia la frontiera dintre milenii, colec ia „Idei contemporane”*, Ed. Politic , Bucure ti, 1988.
10. De Landsheere V.A. i G., *L'éducation et la formation*, P.U.F., Paris, 1992.