

**FORMAREA COMPETENȚELOR MATEMATICE
DE REZOLVARE A PROBLEMELOR TIPICE
ÎN CLASELE PRIMARE**

Laurențiu Calmuțchi, Andrei Hariton, Ion Cojocaru, UST

Problems constitutes the most genuine way of formation and verification of mathematical skills. Typical problems constitute intellectual creation invaluable thesaurus of humanity in this area. Using typical problems, intellectual culture of each personality, regardless of the field of professional activity are formed.

Una dintre problemele principale matematicii școlare este formarea unei culturi matematice, cum și a unei culturi generale. Formarea unei culturi matematice a unui tânăr

modern presupune o organizare adecvată a activității cognitive a tabloului real al mediului ambiant, în procesul căruia se formează competențe de a studia de sinestătător și în mod creativ matematica.

O activizare a procesului de cunoaștere a elevilor în cadrul însușirii al matematicii școlare se poate realiza prin intermediul rezolvării problemelor, care constituie una din cele mai eficiente modalități de a forma la elevi o sistemă bine argumentată de competențe matematice. De la modul cât de efectiv sânt aplicate problemele în procesul organizării procesului instructiv-educativ la matematică, depinde gradul de pregătire a viitorilor specialiști de a activa productiv și cu succes în orice domeniu de activitate profesională.

Într-adevăr, în oricare sferă de activitate profesională specialistul în domeniu trebuie să posedă nu doar competențe generale fundamentale în domeniul dat de activitate și cunoștințe speciale, dar și capacitatea de a activa în mod creativ, de a se evidenția prin inițiativă productivă, prin potențialul intelectual de a se autoinstrui și autoeduca continuu. Anume astfel de calități ale unui specialist determină eficiența de adaptare profesională la multitudinea și varietatea dinamică a procesului modern de producere.

Rezolvând probleme matematice, expuse într-un sistem logic conceput, elevii nu doar în mod activ și accesibil însușesc conținuturile propuse de curriculumul în vigoare la matematică, ci și capătă deprinderi de a gândi în mod creativ competent. Aceasta se exprimă, de exemplu, prin modalitatea de a reformula condițiile din enunțul problemei în scopul de a aplica metoda didactică dată sau o altă metodă, procedeu metodologic mult mai eficient în cazul dat; în capacitatea de a inventa noi procedee de soluționare a problemelor; în capacitatea de alcătui în baza problemei date alte probleme noi; în posibilitatea de a realiza în mod competent un autocontrol calificat al procesului de rezolvare, de a cerceta corectitudinea rezultatului căpătat etc.

Din aceste considerente se poate afirma, că fundamentele metodologico-pedagogice de utilizare a problemelor în educarea matematică la etapa actuală a procesului instructiv-educativ școlar este un obiectiv primordial al cercetărilor pedagogice speciale în domeniul Didacticii Matematicii.

În cadrul soluționării acestei probleme, trebuie de perfecționat sistemul didactico-metodic de probleme a cursului preuniversitar de matematică, astfel, ca acesta să corespundă scopurilor actuale ale instruirii, educării și cultivării intelectuale ale elevilor. Crearea unui asemenea sistem cere de la învățătorul claselor primare cunoașterea bazelor fundamentale metodologice de creare, soluționare și cercetare a problemelor matematice.

Care a situația curentă în școală privitor la problema în discuție :

A. o standizare a conținuturilor și a metodelor didactice de soluționare a problemelor, care este reflectată prin:

1. înțelegerea îngustă sau nedeterminată de către învățător a rolului și a importanței didactice a problemelor matematice în procesul instructiv-educativ;
2. tendința de a rezolva cu elevii un număr cât mai mare de probleme în detrimentul metodico-didactic al calității procesului instructiv-educativ;

3. atenția excesivă a învățătorilor claselor primare de a aranja „corect schematic” mersul soluționării problemei în detrimentul atenției cuvenite procesului logic de soluționare a ei;
4. existența unui număr mare de probleme, orientate spre formarea la elevi a unor competențe puțin actuale pentru practica contemporană;
5. caracterul tradițional al formelor de punere a problemei, al formulării condițiilor din enunțul ei, de aranjare a modului de rezolvare, de verificare a soluției obținute, de scriere a răspunsului etc.

B. *metodologia imperfectă de studiere a matematicii prin rezolvarea problemelor, care este exprimată:*

1. în instruirea elevilor de a soluționa problemele preponderent după un anumit model;
2. în lipsa în activitatea învățătorilor a unui sistem bine structurat și logic orientat spre formarea la elevi a deprinderilor de a estima în mod critic mersul corect de soluționare a problemei și de a realiza verificarea acestei soluției;
3. în canonizarea unor procedee colective de soluționare a problemelor;
4. în utilizarea rezolvării problemelor doar la etapa de întărire curentă, la etapa de repetare sau la verificarea cunoștințelor căpătate;
5. în caracterul superficial de verificare a testelor;
6. prin lipsa unui sistem de criterii stricte a importanței metodico-didactice a fiecărei probleme rezolvate din cursul școlar de matematică;
7. prin lipsa unui număr suficient de probleme, propuse elevilor pentru a obține realizarea obiectivelor educaționale proiectate etc.

C. *neconcordanța dintre problemele propuse cu soluționarea lor și legitățile cugetării matematice în proces de dezvoltare firească*, care se exprimă:

1. prin lipsa din manualele școlare a problemelor, soluționarea cărora î-ar pregăti pe elevi pentru o activitate practică cât mai eficientă și productivă, probleme legate de cele mai caracteristice laturi ale producției și științei moderne (revizie, evidență și raționalizare; selectare, stocare și prelucrare a informației; statistică și dirijare; inventivitate și ingeniozitate etc.), adică către o activitate de caracter creativ;
2. prin lipsa din manualele școlare a problemelor în procesul soluționării cărora ar fi posibil de format la elevi cele mai importante abilități de cugetare: de a evidenția principalul, de a generaliza, a analiza, a modela, a realiza un experiment închipuit etc.
3. prin utilizarea problemelor doar pentru verificarea cunoștințelor achiziționate de către elevi și nu a nivelului de dezvoltare a competențelor matematice;
4. prin tipologia monoton-uniformă a problemelor din cursul preuniversitar de matematică etc.

Este necesar de a cunoaște cât mai detaliat procesul genético-istoric metodologic de concept de problemă și de aplicat acest cocept în practica de soluționare a problemelor.

Rezolvarea problemelor matematice constituie una din cele mai sigure căi în domeniul educației matematice, care conduce la dezvoltarea gândirii logice, a imaginației, în același rând, și a imaginației spațiale, a atenției și a spiritului de observație a elevilor, cât și de verificare a cunoștințelor, adică a nivelului de formare a competențelor matematice. Concomitent, în paralel, prin rezolvarea problemelor de cele mai variate tipuri și forme, se asigură fundamentarea logică și consolidarea deprinderilor de calcul, cum și aplicarea competentă a acestora în practica cotidiană. Este util problemele propuse pentru a fi rezolvate să fie ordonate după gradul lor de dificultate, să aibă expunerea enunțului clară în corespundere cu experiența de viață și cunoștințele achiziționate de către elev la etapa școlară dată, cu nivelul lui de educație intelectuală. Lucrul de îndrumare a elevului spre însușirea strategiilor didactice euristice de soluționare a problemelor, presupune o muncă migăloasă sistematică și bine organizată din partea învățătorului din ciclul primar apoi a profesorului gimnazial și liceal, multă răbdare, pricepere și insistență. În această activitate didactică trebuie de atras o atenție deosebită la două aspecte foarte importante în procesul de rezolvare a problemelor:

1. În permanență trebuie să fie dirijat procesul de cugetare a elevului pentru a depista în datele din enunț acele aspecte esențiale, care ar face ca elevul să poată determina clar la care grup de probleme tipice aparține problema dată și care este calea cea mai accesibilă și binevenită de a fi aplicată la momentul dat pentru soluționarea ei după anumite procedee euristice cunoscute.
2. Al doilea aspect se referă la efortul, care trebuie depus pentru a dirija procesul de cugetare al elevului spre un grad cât mai avansat și abstract posibil de generalizare.

Legate de primul aspect expus sânt cunoscute multe și diverse procedee didactice euristice de soluționare a problemelor matematice atât tipice, am spune în stil clasic – probleme legate de anumite operații sau teme matematice rezolvarea cărora se realizează după un algoritm bine determinat, cât și mai puțin tipice. Așa cum, atât în învățământul matematic primar, precum și în învățământul matematic gimnazial, sânt utilizate aceleași metode didactice mai puțin tipice, vom încerca a realiza o succintă prezentare a lor.

În prezentarea acestor metode didactice irebuie de pus accentul, în special, pe aspectul lor practic de expunere, adică prin probleme atât practice aplicative, cât și cele care conțin un grad sporit de generalizare abstractă. În cazul, în care este posibil, prin intermediul anexelor, se face o referire la istoria evoluției acestei metode didactice în contextul genético-istoric de formare și constituire a ei. Aceste probleme selectate din istoria matematicii demonstrează în mod convingător, că matematica a apărut din necesități practice și este o reflectare ideală a relațiilor existente în natură, cât și în mediul ambiant.

Este binevenit ca rezolvarea oricărei probleme să-l conducă pe elev la sistematizarea competențelor elevilor după anumite tipuri sau grupe de probleme. Totodată, este util să se facă deducții și generalizări accesibile în care să se sublinieze ce s-a depistat comun în toate tipurile de probleme și anume prin ce se deosebesc aceste probleme una de alta după tipul lor de selectare.

E de dorit ca învățătorul, la finisarea procesului de soluționare a unei probleme de anumit tip, să ceară elevilor să compună și ei probleme asemănătoare și mai apoi să le rezolve ei înșiși sau să le propună colegilor. Compunerea problemelor îi ajută pe elevi să înțeleagă mult mai bine importanța cunoașterii legendei enunțului, legăturile dintre mărimi, precum și de a elabora o schemă logică corectă de rezolvare a problemei de tipul dat.

Învățătorul claselor primare trebuie să cunoască metodologia așa numitelor strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor, ca:

- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor prin metoda grafică sau figurativă;
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor prin metoda reducerii la unitate;
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor prin metoda comparației;
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor prin metoda eliminării unei mărimi și înlocuirea ei cu alta;
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor prin metoda falsei ipoteze;
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor prin metoda mersului invers (metoda racului) sau metoda retrogradă (probleme cu rest din rest);
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor de mișcare;
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor de prelucrare a datelor statistice;
- strategii didactice euristice de rezolvare a problemelor cu elemente de teorie a probabilităților.

În procesul de rezolvare a problemelor este important de a utiliza corect procedeele sau strategiile euristice de soluționare, de a construi modelul maramatic sau de a alcătui corect schema logică analitică a căii de soluționare, care trebuie să conțină următoarele etape:

- Scrierea schematică a datelor din enunț în limbajul textului.
- Transcrierea datelor în limbajul matematic adecvat.
- Alcătuirea expresiei logice matematice de rezolvare a problemei.
- Determinarea soluțiilor.
- Verificarea soluțiilor.
- Scrierea răspunsului în limbajul cerut din enunț.

O mulțime de probleme, în care este atestată una și aceeași dependență dintre mărimile, care sânt incluse în enunțurile acestor probleme, cu toate că au cele mai variate diferențe sau deosebiri între date și însăși legenda conținutului, formează un tip anumit de probleme textuale. Prin urmare, toate aceste probleme a tipului dat se rezolvă prin unul și același procedeu sau metodă didactică.

În literatura matematică o problemă poate fi considerată *tipică*, dacă pentru rezolvarea ei elevul poate aplica cunoștințele achiziționate anterior și rezolvarea problemei date se reduce la aplicarea unui algoritm de rezolvare bine cunoscut, uneori chiar și o

simplă substituire de date în locul literelor respective din forma generală a expresiei algoritmului rezolvării. Cu alte cuvinte, o problemă este considerată tipică, dacă ea poate fi rezolvată după un model cunoscut, o însărcinare des întâlnită rezolvată anterior, și, repetând pas cu pas, se repetă rezolvarea fără a introduce în această rezolvare ceva original.

În cazul când elevilor li se propune să rezolve o problemă tipică, învățătorul așteaptă logic corect răspunsul convingător la întrebarea: dacă nu s-au mai întâlnit elevii cu această problemă sau cu o problemă înrudită, asemănătoare? În aceste condiții de la elevi nu se cere altceva decât o oarecare atenție și răbdare pentru a rezolva corect problema. În acest caz el nu poate rezolva problema în mod arbitrar, sau cum dorește el – nu-și poate manifesta inițiativa proprie. El trebuie să rezolve problema după o prescripție strictă.

În procesul învățării matematicii, în special, în clasele primare rezolvarea problemelor tipice, chiar și în număr mare, este binevenită și chiar necesară și totodată este de neiertat încercarea de a limita experiența elevilor la rezolvarea problemelor numai de acest fel. Aceasta înseamnă a mărgini elevul în arta cugetării logice multiplane de a vedea viața și toate relațiile ei cotidiene într-o formă simplificată doar la niște algoritmi – rețete de-a gata.

Există mai multe tipuri de probleme, care în dependență de dificultatea sau complicitatea procedurii de rezolvare în clasele primare și gimnaziale sânt incluse în următoarele tipuri de probleme:

- probleme care se rezolvă prin metoda divizării proporționale directe;
- probleme care se rezolvă prin metoda divizării proporționale inverse;
- probleme care se rezolvă prin regula de trei simplă;
- probleme care se rezolvă prin regula de trei compusă;
- probleme care se rezolvă prin metoda grafică sau figurativă;
- probleme care se rezolvă prin metoda reducerii la unitate;
- probleme care se rezolvă prin metoda comparației;
- probleme care se rezolvă prin metoda eliminării unei mărimi și înlocuirea ei cu alta;
- probleme care se rezolvă prin metoda falsei ipoteze;
- probleme care se rezolvă prin metoda mersului invers sau metoda retrogradă sau probleme cu rest din rest;
- probleme de mișcare;
- probleme de prelucrare a datelor statistice;
- probleme cu elemente de teorie a probabilităților;
- probleme cu conținutul legat de fracții;
- probleme cu procente;
- probleme cu elemente de geometrie.

În unele tipuri sânt incluse probleme, care se aseamănă între ele după tematica conținutului din enunț.

Din astfel de probleme tipice în clasele primare se rezolvă următoarele:

- probleme care se rezolvă prin metoda divizării proporționale directe;

- probleme care se rezolvă prin regula de trei simplă;
- probleme care se rezolvă prin metoda grafică sau figurativă;
- probleme care se rezolvă prin metoda reducerii la unitate;
- probleme care se rezolvă prin metoda comparației;
- probleme care se rezolvă prin metoda eliminării unei mărimi și înlocuirea ei cu alta;
- probleme care se rezolvă prin metoda falsei ipoteze;
- probleme care se rezolvă prin metoda mersului invers sau metoda retrogradă sau probleme cu rest din rest;
- probleme de mișcare;
- probleme de prelucrare a datelor;
- probleme cu elemente de teorie a probabilităților;
- probleme cu conținutul legat de fracții;
- probleme cu elemente de geometrie.

Problemele menționate ușor pot fi rezolvate prin dezbaterile sintetice sau analitice în mod analog ca și problemele care nu sânt tipice, simple și compuse. Trebuie de menționat că problemele tipice, în majoritatea lor, se rezolvă prin metoda analitico-sintetică. Aceste procedee de rezolvare sânt accesibile pentru înțelesul unui elev din clasele primare. Aceste tipuri de probleme ușor pot fi rezolvate și cu ajutorul ecuațiilor, ceea ce și este de dorit ca să facă din când în când învățătorul claselor primare, în special, în clasa a IV-a. Este bine de menționat, că ultimele 4 tipuri de probleme nu prea sânt agreate de către învățători, însă ele constituie baza metodologică a fundamentelor matematicii moderne.

Multe probleme tipice sânt legate între ele în conformitate cu procedeul comun de rezolvare. Aceste probleme trebuie rezolvate într-o astfel de succesiune, încât fiecare tip următor să se poată sprijini metodic, pe tipul învățat la o etapă precedentă, ca pe o bază didactico-metodică temeinică, ca pe o treaptă stabilă, pentru a respecta creșterea continuă a dificultății gradului de complicitate a rezolvării lor. De exemplu, procedeul de divizare proporțională a problemelor trebuie să anticipeze, adică să fie baza fundamentală logică pentru rezolvarea problemelor de mișcare, sau a problemelor de determinare a două numere după suma sau diferența lor și raportul dintre ele etc.

Fiecare tip de probleme are ca un ciclu propedeutic niște probleme sau însărcinări pregătitoare, care constituie partea integră componentă a problemelor de acest tip. Prin rezolvarea problemelor pregătitoare se începe procesul cunoașterii cu metodologia soluționării problemelor de acest tip.

Procedeul de soluționare a problemelor tipice nu trebuie de dat de-a gata elevilor, el trebuie să apară de la sine ca o consecință, ca o constatare a rezolvărilor sau a dezbaterilor făcute asupra problemelor pregătitoare orale, care se referă la acest tip. Cu alte cuvinte, la căutarea căii de soluționare a fiecărui tip de probleme elevii trebuie să participe în modul cel mai activ. Tot odată e necesar de reținut, că primele probleme care se rezolvă la cunoașterea inițială cu fiecare tip de probleme se rezolvă multilateral și oral, din această

cauză aceste probleme trebuie să fie cât mai accesibile și simple după conținut și în ele să figureze numere mici.

Pentru activizarea procesului de cugetare a elevilor în căutarea celei mai raționale căi de soluționare a problemelor de un tip dat se utilizează aceleași procedee, ce și la determinarea căilor de soluționare a problemelor ne tipice, și anume:

- conținutul enunțului problemei în mod maximal se apropie de practica cotidiană;
- problema este scrisă succint sub formă de o schemă sau a unui desen.

Pe larg sânt utilizate mijloacele intuitiv-ilustrative cum pentru a înțelege corect condițiile din enunțul problemei, așa și pe parcursul rezolvării ei. Se realizează o dezbatere minuțioasă și detaliată a conținutului, pentru a evidenția corect dependențele existente între mărimile, care sânt incluse în conținutul problemei date, și se alcătuiește planul ei de soluționare. Întrebările din acest plan trebuie puse astfel, încât ele să indice nu doar ceea ce se poate determina prin intermediul operațiilor matematice, ci și să evalueze întregul proces vital, despre care se discută în enunțul problemei date. De exemplu, pe parcursul rezolvării unei probleme de mișcare la deplasarea unui tren în întâmpinarea altuia este necesar de a înainta astfel de probleme: „Câți kilometri a parcurs primul tren până la pornirea celui de-al doilea tren?”, „Cu câți kilometri se apropie trenurile unul față de altul într-o oră? Dar în două ore?” etc.

A rezolva în cadrul a mai multor lecții la rând probleme de unul și același tip nu este rațional și eficient, deoarece începând cu a doua lecție mulți dintre copii reproduc mecanic, însă nu caută căile raționale și eficiente de rezolvare a problemei, adică în prim plan apare lucrul memoriei, însă procesul de activizare a raționamentului logic este plasat pe al doilea plan. Este util de a învăța elevii să rezolve problemele tipice prin metoda comparării. Pentru aceasta într-o grupă se integrează probleme de două tipuri, care au ceva comun între ele, de exemplu, probleme care pot fi rezolvate prin metoda împărțirilor proporționale și probleme care pot fi rezolvate prin metoda determinării a două numere după diferența și raportul dintre ele, sau probleme de mișcare și probleme care se rezolvă prin metoda falsei presupuneri etc. Ele sânt cercetate și discutate atât timp, cât este necesar pentru a evidenția și însuși corect metodologia de rezolvare a ambelor tipuri, apoi periodic rezolvările acestor două tipuri de probleme se repetă cum oral așa și în scris.

De rând cu problemele din manuale și alte culegeri didactico-metodice, este util de a rezolva și unele probleme alcătuite de către elevi, deoarece în procesul de compunere a problemelor elevii mult mai profund înțeleg dependențele dintre mărimile care sânt incluse în enunțul problemei.

Noțiunea formată cu referire la tipul problemei trebuie de exprimat și de reținut mereu prin numirea de fiecare dată a denumirii tipului de problemă, de exemplu, „problemă de determinare a două numere după suma și diferența lor”, „problemă de determinare a două numere după suma și raportul lor”, „problemă de mișcare a două mobile unul în întâmpinarea celuilalt”etc. Denumirea problemei trebuie de dat la prima lecție, când se începe rezolvarea tipului dat de probleme, însă nu la începutul și nici la sfârșitul lecției, ci pe parcursul însușirii procedeeului de soluționare a problemelor de tipul

dat, adică denumirea tipului dat de probleme trebuie să apară nu impus, ci ca o concluzie, o consecință logică, care rezultă din munca realizată de elevi pe parcursul rezolvării problemei date.

Formarea la elevi a unui interes viu față de rezolvarea problemelor constituie modalitatea primordială de altoire lor a dragostei față de matematică și studierea ei cât mai detaliată și totodată servește drept cel mai eficient procedeu de atragerea elevilor și implicare a lor în tumultul muncii intelectuale cu un caracter vădit pronunțat creativ. Este posibilitatea și există necesitatea de a realiza o asemenea activitate nu doar în cadrul orelor de curs, ci și cu cea mai mică ocazie, fie și în activitățile extracurriculare. Pentru aceasta este necesar de a determina sistemul de probleme, în special probleme practice selectate din viața cotidiană, care pot fi construite în baza problemelor, propuse de curriculum. Utilizarea problemelor, care antrenează și dezvoltă competențele creative ale elevilor, constituie cea mai importantă condiție de perfecționare a competențelor matematice ale elevilor.

În acest mod, la fiecare etapă concretă de studiere a matematicii, problemele, în special, problemele tipice, reprezintă acea modalitate de educare matematică, fără care nu este posibilă o însușire activă, sistematică și temeinică a conținuturilor matematice necesare, o educare și o dezvoltare multilaterală, un atașament la munca intelectuală și plină de un caracter activ creativ.

Bibliografie

1. Calmuțchi L., Hariton A., Cojocaru I., Macrițchi N. *Metodologia rezolvării problemelor tipice la matematică în clasele primare*. Chișinău: UST, 2013, 229 p.
2. Iordache-Baltag I. *Matematică. Probleme pentru clasele I-IV. Metode de rezolvare. Ediția a II-a*. București: Corint, 2007, 168 p.
3. Pârâială D., Pârâială V. *Aritmetică. Probleme tipice rezolvate prin mai multe metode și procedee*. Iași: Institutul European, 1992, 283 p.