МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ «МАТЕМАТИКА - ФИЛОСОФИЯ» В СЛОВАЦКОЙ ГИМНАЗИИ

Мариан АМБРОЗЫ, **Vysoká škola medzinárodného podnikania ISM Slovakia**

Rezumat : Articolul este dedicat studiului relațiilor interdisciplinare dintre filosofie și matematică. Se demonstrează că anumite probleme specifice matematicii evocă probleme filosofice și comparații care apar în procesul de predare a matematicii şi filosofiei. Se acordă atenţie deosebită unor aspecte ale predării matematicii în gimnaziu care au legătură cu istoria matematicii şi filozofia.
Cuvinte-cheie : filosofie, matematică , istorie, gimnaziu.
Abstract: The article deals with the interdisciplinary relationships between philosophy and mathematics. We are trying to point at some specific problems of mathematics evoking some philosophical questions and comparisons that arise at the process of teaching. We are focusing on aspects of teaching secondary school mathematics that are related to the history of mathematics and philosophy.
Keywords: philosophy, mathematics, history, secondary school.

В последнее время в педагогической теории, но и на практике все чаще встречаются термины качество, эффективность, оптимизация преподавания[1]. Для оптимизации теории обучения выгодно рассматривать проблемы межпредметных и

---

[1] Zaťková, Tímea; *Diagnostikovanie vzdelávacích výsledkov žiakov a pedagogická evalvácia v kontexte vysokoškolskej prípravy učiteľov*, In: Pedagogica actualis I., Trnava, 2008, c. 96

внутрипредметных связей. Межпредметные и внутрипредметные связи объединяются под общим названием *межнаучные связи*[2]. Полученные в этом направлении результаты могут быть полезны как теоретикам, так и учителям на практике, для составления концептуальных карт.

В Словакии достигнуты высокие результаты в области развития междисциплинарных связей философии и математики в преподавании в средней школе. Независимо от того, рассматривается ли эта проблема с точки зрения дидактики математики или философии, можно найти достаточно много общих вопросов и точек соприкосновения.

В этой статье представлены самые явные общие темы. Учитывая незначительное количество часов для преподавания философии, мы ограничимся исследованияем истории философии, поскольку для систематической философии в средней школе отводится мало времени. Историю философии мы считаем обильным плодоносным источником для школьного курса философии.

Взаимоотношение математики и философии можно определить как взаимотношение между основными математическими понятиями и ее отношение к универсу науки. Учащимся необходимо также объяснить взгляд на основные математические понятия с точки зрения метаязыка, который трактуется в математике.

Математика стала языком, который является хорошим средством для многих общественных и естественных наук. История мысли, включая современность, даёт ответы на её определение и характеристику. Например, философ XX. века Мартин Хайдеггер считает математичным то, чему можно особым способом и только им научиться, а также сами методы и способы обучения[3]. Он отмечает, что математичное состоит в таком определении вещей тем, что не черпает опыт из вещи самой, но лежит в основе всего определения вещей, предварительно уходит в существование вещей. Хайдеггер, исследуя вопрос, что значит математика и математично, не исходит из математики как таковой: «Если бы попытался это сделать, совершил бы большую ошибку.»[4] В сущности, математику не считают естественной наукой, а также философия сама по себе не является гуманитарной наукой. Математичное дает своё существенное определение из себя самого. «Мартин Хайдеггер стремится рассмотреть математизацию в онтологической плоскости, в плоскости смысла математичного и распределения дельности вещей.»[5] Есть также

---

[2] Hanisko, Peter; *Medzipredmetové vzťahy matematiky s inými vyučovacími predmetmi*, In: Matematika v škole dnes a zajtra, Ružomberok, 2006, c. 91

[3] Heidegger, Martin; *Novověká matematická přírodní věda*, In: SCIPHI 6, 1994, c. 79

[4] Leško, Vladimír; *Heidegger – novoveká matematická prírodoveda a metafyzika*, In: Filozofia, roč. 61, 2006, č. 5, c. 350

[5] Kvasz, Ladislav; *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*, Praha, 2013, c. 258

совершенно разные подходы к проблеме определения объема понятия математики. Например, составлением списка математических дисциплин[6].

Заниматься многочисленными проблемами философии математики на узком фоне нашего намерения совсем не возможно. Её область слишком широка. С другой стороны, «некоторые аспекты философии математики имеют серьезное влияние в социальной и образовательной сферах, и имеют множество дидактических последствий»[7].

Переплетение математики с философией в контексте антики появляется довольно часто. Современные историки философии и математики утверждают, что милетская школа принесла в историю математики больше, чем например Пифагорейцы. «В атмосфере Ионического рационализма родилась современная математика, которая не задаёт только вопрос «как?», но и современный научный вопрос «почему?»[8] Фалес сумел измерить высоту пирамид, установил, что углы при основании равнобедренного треугольника равны. Видимо, ему удавалось измерить и расстояние между судами в море. Спорят о том, что он мог доказать, что диаметр делит круг пополам, а также что он установил, что углы при основании равнобедренного треугольника равны. То что он автор теоремы Фалеса сомнительно, но вероятно он впервые доказал, что вписанный угол, опирающийся на диаметр, является прямым[9]. Пифагор считал число черевычайно важной объективной реальностью. Собственный вклад Пифагорейцев в математику является существенным. Пифагор отдавал предпочтение варианту определения основанному на то, что лежит в основе всех вещей как περάς - ограниченно. Пифагорейцы нашли связь между числом и выражением определённого отношения. Они понимали, что математические формы отражают реальность природы. Число выражает отношения в космосе и в музыке. В музыке - это гармония. Для Пифагорейцев число лежит в основе всего, и посредством числа определили всё нематериальное. Это было важно для них, поскольку душа нематериальная. Явно теорему Пифагора переняли от вавилонских математиков, Пифагор только доказал её. Некоторые свои открытия они скрывали. Спорным было их отношение к иррациональным числам. С одной стороны, они их обнаружили, они не могли их игнорировать. С другой стороны, философски приемлемыми для них были только положительные рациональные числа, потому что неограниченное для них неприкосновенно.

---

[6] Frič, Roman; *Medzi viac a menej*, In: Sociálne posolstvo Jána Pavla II. Univerzita ako miesto dialógu, Ružomberok, 2014, c. 285

[7] Ernest, Paul; *The Philosophy of the Mathematics and the Didactics of the Mathematics*, In: Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline, Mathematics Education Library, vol. 13, Bielefeld, Kluver, 2002, ISBN 0-7923-2613-X, c. 338

[8] Struik, Dirk J.; *Dějiny matematiky*, Praha, 1963, c. 34

[9] Mareš, Milan; *Příběhy matematiky*, Příbram, 2011, c. 41

Некоторые мысли учения Элеатов касаются также математики. Философ Зенон Элейский является автором нескольких апорий, которые имеют непосредственное отношение к математическим теориям. Суть в том, что у некоторых из них математическое решение. Тем не менее, тогда посредством знаний математики это было не возможно растолковать. Например, апорий об Ахиллесе и черепахе. Быстроногий Ахиллес никогда не догонит неторопливую черепаху, если в начале движения черепаха находится впереди Ахиллеса. Допустим, Ахиллес бежит в десять раз быстрее, чем черепаха, и находится позади неё на расстоянии в тысячу шагов. За то время, за которое Ахиллес пробежит это расстояние, черепаха в ту же сторону проползёт сто шагов. Когда Ахиллес пробежит сто шагов, черепаха проползёт ещё десять шагов, и так далее. Процесс будет продолжаться до бесконечности, Ахиллес так никогда и не догонит черепаху. Образ Ахиллеса в апории взят из «Илиады». Сюжет апории напоминает безуспешную погоню Ахилла за Гектором:

Гектора ж, в бегстве преследуя, гнал Ахиллес непрестанно.
Словно как пёс по горам молодого гонит оленя.…
Словно во сне человек изловить человека не может,
Сей убежать, а другой уловить напрягается тщетно,-
Так и герои, ни сей не догонит, ни тот не уходит.

Таким образом, в апории речь идёт о бесконечной регрессии. Очевидно, что указанная апория вместе с другими, основанными на том же принципе, решаются с помощью теоремы Ньютона - Лейбница. Зенон не решил какую-нибудь проблему, он только сформулировал проблему, которая вызвала определенную предосторожность связанное с тем, что древние математики «в основном не предпочитали применять в математике идеи бесконечности и движения, или в максимально возможной мере ограничили применение концепта бесконечности, утверждая, что вещи и геометрические величины могут делиться неограничено.»[10]

С точки зрения учебной программы средней школы, некоторые общие элементы между философией и математикой можно найти у Платона. Нельзя забывать, что особая роль математики и геометрии подчеркнута в девизе Академии Платона: «Не геометр да не войдет!» - было написано над входом в Академию. С математикой связано и то, что при превращении элементов, согласно диалога Τίμάιος, их конвертируемость основана на сочетании поверхностей, а не объёмов. Диалог Πολιτειά в притче о линии, с онтологической точки зрения, хоризмата предоставляет математические существа. Диалог Επινομις отвечает на вопрос, что является одной из основных добродетелей – мудрости: это знание чисел. Определённую параллель можно найти и у Аристотеля, потому что логика преподаётся на уроках математики, но как самостоятельный предмет в средней школе не существует. В рамках философии можем упомянуть дефиницию математики Аристотеля как науки, которая исследует объективную реальность из первоматерии. Система научных

[10] Kolman, Arnošt; *Dějiny matematiky ve starověku*, Praha, 1968, c. 96

знаний не может быть сведена к единой системе понятий, ибо не существует такого понятия, которое могло бы быть предикатом всех других понятий: поэтому для Аристотеля оказалось необходимым указать все высшие роды, а именно категории, к которым сводятся остальные роды сущего. Размышляя над категориями, Аристотель рассматривал и логику высказываний. Он сформулировал логические законы:

- закон тождества - понятие должно употребляться в одном и том же значении в ходе рассуждений;
- закон противоречия - «не противоречь сам себе»;
- закон исключенного третьего - «А или не-А истинно, третьего не дано».

Отметим, чтобы разъяснить суть субъекта «логика предикатов», необходимо иллюстрировать решение посредством диаграмм Венна. Однако, в контексте логики высказываний, мы можем упомянуть, что основоположником её систем является философ-стоик Хрисипп из Сол. Необходимо, чтобы студенты знали, что происхождение логики высказываний принадлежит стоической философии.

Философия патристики может быть рассмотрена только в общих чертах, если мы не хотим выйти за пределы учебной программы в средней школе. Некоторые математические знания оставили в своих энциклопедических сочинениях Алкуин Йоркский и Беде. Марциан Капелла, автор написанной в прозе и стихах энциклопедии, представляет арифметику в седьмой книге «О бракосочетании Филологии и Меркурия», а шестую книгу посвятил геометрии: «Шестая книга - это раздел, который Марциан начинает посредством вступительного похвального гимна посвящённого богине мудрости Палас Атене»[11]. После геометрии и арифметики следуют астрономия и гармония, в виде наук, которые пользуются математикой. Из геометрии он приводит основные геометрические тела, а также аксиомы идентичности, согласно принципам Евклида. Из арифметики он упоминает разнообразные числа и операции над ними, а речь идёт только о положительных числах.

У Роджера Бэкона отношение к математике положительное, т.к. при её помощи можно познать природу. Он сам подчёркивал роль математики как «ворота и ключ ко всем другим наукам»[12]. Он писал «*Кто не знает математики, не может знать никакой другой науки и даже не может обнаружить собственного невежества*». Трактаты «*Communia mathematica*» и «*Communia naturalium*» представляют собой изложение и рассмотрение наиболее общих и базовых вопросов математики и физики соответственно. Всё должно исходить из естественного и первоначального познания, как каждое научное познание. Математика является одной из пяти наук,

[11] Petrovićová, Katarína; *Martianus Capella*, Brno, 2010, с. 29

[12] Juškevič, Adolf P.; *Dějiny matematiky ve středověku*, Praha, 1977, с. 383

важнейших для благополучия и спасения.[13] Раймунд Луллий способствовал расширению влияния математики своими применениями комбинаторной логики в философии. По Луллию, разум и вера суть различные формы одного и того же содержания, и это различие он определяет так: разум показывает возможность и необходимость того, чего действительность даётся верой. Луллий является автором таблиц, которые, по его мнению, на основе комбинаторики дают ответы на все вопросы, и даже приводят к новым возможностям с точки зрения эвристического вклада новых комбинаций. Эти комбинации имеют принципиальную возможность решить все мыслимые философские вопросы. Таким образом антиципировал по крайней мере некоторые области комбинаторики. Употребление комбинации предоставляет только возможность, а не готовые решения: «только применение вспомогательных средств, которые предоставил Луллий, могут достичь истинные утверждения»[14].

Математику, подобно схоластам, дополняет также замечательный философ Николай Кузанский, который стоял на позициях неоплатонизма. Традиционно понимая Бога как творца, «*форму всех форм*», немецкий мыслитель широко использовал математические уподобления и диалектическое учение о совпадении противоположностей, Свою философскую концепцию «coincidentia oppзositorum» «совпадение противоположностей» перенёс в математику. Максимум свёрнуто в Боге, в нём заключается мир. Речь идёт о пантеистической концепции. Возникновение это «развертывание того, что заключается в Боге в свернутой форме».[15] Бог это всё в свёрнутой форме и возникновение в мире это развёртывание. Как отмечает Горфункель,[15] универсум вечное развёртывание божьего первоначала. Мир неограниченный, но не бесконечный. Здесь тоже проявляется принцип «coincidentia oppositorum». «В соответствии с принципом coincidentia oppositorum, считал круг многоугольником с бесконечным множеством сторон»[16]. Николай Кузанский написал трактаты «*О квадратуре круга*» (*De quadratura circuli*) и «*О соизмерении прямого и кривого*» (*De recti ac curvi commensuratione*) — о спрямлении окружности. Основной его результат для приближённого спрямления дуги окружности в современных обозначениях можно выразить формулой: $\varphi \approx \frac{3\sin\varphi}{2+\cos\varphi}$, что является довольно точной аппроксимацией.

Вклад Рене Декарта в развитие математики огромен. С его эпистемологическим-метафизическим видением он признавал наличие в мире двух родов сущностей, «res

---

[13] Porovnaj Kobusch, Theo; *Filosofie vrcholního a pozdního středověku*, Praha, 2013, c. 315 - 318

[14] Volek, Peter; *Rajmund Lullus Ars brevis Úvod do diela,* In: Patristika a scholastika, Bratislava, 2009, c. 296

[15] Gorfunkel, Alexander Chaimovič; *Renesanční filozofie*, Praha, 1987, c. 63

[16] Juškevič, Adolf P.; *Dějiny matematiky ve středověku*, Praha, 1977, c. 403

cogitans» (мыслящей) и „res extensa“ (протяжённой). «Res extensa», протяжённость в смысле философской категории можно выразить математически посредством Декартовой системы координат. С чем-то подобным встречаемся у Николая Орем. В случае пространства образуется тремя осями координат. Прямоугольная (Декартовая) система координат имеет своё обоснование в философии Декарта. «Декартова визуализация алгебры даёт возможность перенести универсальные аналитические методы алгебры в геометрию»[17]. От Декарта исходит и несколько математических символов: неизвестные - *x, y, z* и коэффициенты - *a, b, c*. От него исходит формула $\pm\sqrt{a}$, потому что он объяснил, что квадратный корень из положительного числа может быть как положительным, так и отрицательным. В эпистемологии можно найти определённые корреляции с математикой у философа Томаса Гоббса. Так как всё можно обозначить телом (в том числе и государство), мы можем говорить с Миланом Соботком о геометрической парадигме науки. Гоббс «ищет парадигму определённого познания в геометрической конструкции»[18]. Представления из сложных содержаний разлагаются на простые понятия, которые представляют имена. Он автор представления «.чтобы размышления в философии и науке стали «исчислением с понятиями», без потребности создать формальную калькуляцию»[19].

Метод Спинозы «more geometrico» использован в «Этике», его наиболее известное произведение. Всю философскую систему посредством дедукции Спиноза производил из аксиом. В философии Спиноза приносит практический пример дедуктивного построения систем. «Математическая дедукция является моделью последовательного рационалистического построения так необходимой истинной философии.»[20] Основной предпосылкой является непосредственное интуитивное познание базовых аксиом.

Философ Г.В.Лейбниц существенно способствовал развитию математики. Как и Исаак Ньютон, он содействовал развитию дифференциального и интегрального исчисления. «Бесконечно малые величины, которые Ньютон обозначает знаком *o*, Лейбниц обозначал *dx* (дифференциал)»[21]. Весьма любопытен факт, что формулу Ньютон – Лейбниц первым изобрёл Исаак Барроу. Именно эта формула позволяет опровергнуть некоторые из апорий Зенона о движении. Лейбниц стремился

---

[17] Kvasz,Ladislav; *Vývin jazyka v dejinách matematiky*, In: Rybár, Ján a kol.; Kapitoly z epistemológie III, Bratislava, 1996, c. 41

[18] Sobotka, Milan; *Thomas Hobbes a jeho trilogie*, In: Hobbes, Thomas, Výbor z díla, Praha, 1988, c. 12

[19] Röd, Wolfgang; *Novověká filosofie I*, Praha, 2001, c. 231

[20] Zigo, Milan; *Spinozova Etika alebo hľadanie absolútna v každodennosti*, In: Spinoza, Baruch; Etika, Bratislava, 1986, c. 15

[21] Znám, Štefan a kol.; *Pohľady do dejín matematiky*, Bratislava, 1986, c. 132

постулировать бесконечно малые величины также на философской основе. Он ввёл метафизическое существо под названием монады. В сущности речь идёт о миниатюрном. Согласно Пармениду, её размер конвергентно превращается в ноль, она является точечной субстанцией без размера. Речь идёт о совершенно замкнутом существе. «Монады вовсе не имеют окон и дверей, через которые что-либо могло бы войти туда или оттуда выйти»[22]. Лейбниц воспринимал безконечно малые существа как что-то особенное распологающееся между философией и математикой. Бесконечно малые существа в математике коррелируют с монадами в философии. Лейбниц развил систему, получившую название субстанциальный плюрализм, или монадология. Согласно Лейбницу, основаниями существующих феноменов служат простые субстанции, или монады (от греческого: monados — единица). Все монады просты и не содержат частей. Их бесконечно много. Монады обладают качествами, которые отличают одну монаду от другой, двух абсолютно тождественных монад не существует. Это обеспечивает бесконечное разнообразие мира феноменов. Идею, согласно которой в мире не существует абсолютно схожих монад или двух совершенно одинаковых вещей, Лейбниц сформулировал как принцип «всеобщего различия» и в то же время как тождество «неразличимых», выдвинув тем самым глубоко диалектическую идею. Согласно Лейбницу, монады, саморазвёртывающие всё своё содержание благодаря самосознанию, являются самостоятельными и самодеятельными силами, которые приводят все материальные вещи в состояние движения. По Лейбницу, монады образуют умопостигаемый мир, производным от которого выступает мир феноменальный - *физический космос*. Как мы знаем, Ньютон в дифференциальном исчислении употреблял термин флюксия, дифференциал как термин ввёл Лейбниц. «Концепт Ньютона «теории флюксии» был целиком направлен на его применение в кинематике»[23]. Оба считали дифференциал приростом функции, что было опровергнуто позже Лагранжом. В интегральном исчислении Лейбниц использует термин непрерывности, который также обосновывал метафизически. Уверенность, что природа не делает скачков, переправленная в математике в постижение предельного перехода и в связи с функцией, имплементируется в метафизику как принцип, в котором «законы движения должны сообщающим способом превращаться в законы покоя, равенства. должны считаться специальными случаями неравенства, качества многоугольников, должны без скачков превращаться в качества кривой»[24]. Известная кривая Лейбница, обозначающая интеграл, и напоминающая готическую букву, является результатом его специфического продолговатого почерка. Вот такое необыкновенное

[22] Leibniz, Gottfried W.;*Monadologie a jiné prace*, Praha, 1982, c. 157

[23] Proks, Ivo; *Celok je jednoduchší ako časť Vybrané kapitoly z histórie exaktných prírodných vied*, Bratislava, 2012, c. 21

[24] Beľajev, Je. A.; Perminov, V. Ja.; *Filozofické a metodologické problémy matematiky*, Bratislava, 1984, c. 39

обстоятельсво позволило возникнуть основному символу математического анализа. Он также искал «mathesis universalis», предполагая, что им станет формальная логика. Математику воспринимал как интерпретацию формального вычисления. Хотя его логика зависит от метафизики, это было нововведением.

В спор об интегральном исчислении вмешался также и Джордж Беркли. Он не соглашался с термином Ньютона «флюксия». Утверждал, что хотя результаты Ньютона хороши, они получены плохим методом. Стройную картину мира, построенную математикой и физикой Ньютона, считал субъективной, потому что зависит от существования наблюдателя. Боялся, что естествознание может становиться фундаментом нового вида атеизма. Интегральное исчисление упрекал в том, что бесконечно малые единицы как объекты науки предъявляют разуму преувеличенные требования. С одной стороны, он говорит, что из за этого нельзя отвергать теологическое мышление как иррациональное в пользу математического, с другой стороны критическое «примечание Беркли, что интегральные величины иногда положительны, равны нулю, а иногда рассмотрены как конечные величины, указывало на слабые места математики того времени, которая не была способна достаточно ясно объяснить понятийные предпосылки интегрального исчисления»[25].

Интегральным исчислением коснулся также и Г.В.Ф. Гегель. В его случае сближение философии с математикой не показалось не своевременным. Отождествление совершенно бессодержательного с чистым бытием является одним из самых известных постулатов Гегеля. «Диалектика Гегеля бессодержательного и бытия в начале Логики Логики как науки или энциклопедической Логики, со своим основным тезисом, что бытие переходит в ничто и ничто переходит в бытие - является неестественным»[26], но это только видимость, как дальше развивает мысль Милан Соботка. Говоря словами Войтеха Филькорна «отрицание закона противоречия «если А, так потом и не А» будет иметь совсем другое значение, чем двухвалентное отрицание формальной логики»[27]. Хотя Гегель рассматривает ситуацию, когда в алгоритме дифференцирования иногда dx равен нулю и в других случаях не равен, как специальный случай этого метафизического постулата. Но, ещё при жизни Гегеля, этот спорный момент дифференциального исчисления был скорректирован и устранён.

В методологическом смысле к математике относятся и произведения Иммануила Канта. Его вопрос гласит, возможна ли чистая математика? Кант прямо связывает её с априорными формами чувств пространства и времени. Время, связанное с

---

[25] Röd, Wolfgang; *Novověká filosofie II*, Praha, 2004, c. 146

[26] Sobotka, Milan; *Hegel a metafyzika*, In: Leško, Vladimír; Tholt, Pavol; Hegel v kontextoch Heideggerovej a Patočkovej filozofie, Košice, 2010, c. 22

[27] Filkorn, Vojtech; *Hegelova Logika ako základ dialektiky*, In: Hegel, G. W. F.; Logika ako veda I., Bratislava, 1985, c. 17

арифметикой, соединена с исчислением. Единица как понятие выражается промежутком времени. Геометрия выражается протяжённостъю. Можно сказать, что арифметика зависит от времени и геометрия от пространства. Ответом на фундаментальный вопрос Канта каким образом и если возможны синтетические априорные суждения, согласно Канту, они возможны в математике. Эти вопросы имеют нетривиальное пересечение с неевклидовой геометрией. Кант бы однозначно считал их фиктивными геометриями. Интересен факт, что сам Лобачевский развивал новую геометрию как умозрительную теорию, и называл её «воображаемой геометрией». «Открытием неевклидовой геометрии было подтверждено, что постулат о параллельных не может быть доказан, и что Евклид правильно включил его в списке постулатов.»[28] Указанный факт об исследовании логических основ геометрии привел, в конце концов, к спорам об основах математики. Огюст Конт, неотъемлемая персона каждого учебника философии средних школ, считает математику методологической основой всего конгломерата наук. Он ставит её как «conditio sine qua non» - условие без которого нет никакого осмысленного исследования, так как она является самым простым, является методологической основой для описания сложных законов науки, поэтому ею должен владеть каждый ученый. Основание положительной философии есть классификация или «иерархия» наук. Начиная с самой общей или широкой по объёму и простой по содержанию наукой — с математики, — Конт располагает все прочие области знания в порядке убывающей общности и простоты, или возрастающей спецификации и сложности. Предельную позицию пирамиды наук, занимает социология. Поэтому студенты социологии сдают экзамен по математике до сегодняшних дней.

В рамках философии в средней школе было бы хорошо не избегать встреч с замечательным французским математиком и философом Анри Пуанкаре. Стоит отметить, что математическая индукция, по его мнению, не может быть автоматизирована, потому что она не так бесспорна и не совсем надёжна. Он рассматривает науку как резюме теорий, улучшающиеся добавлением новых и новых условий, которые уточняют ее научные законы. Знание он не считал дефинитивным, таким образом он воспринимал и математику. Пуанкаре стоял на позиции интуиционизма. Он не был приверженцем дедуктивного построения системы математических дисциплин. Известно, что некоторые свои открытия он осуществил во время сна. «Если Гильберт обеспечил математику двадцатого века задачами, то Пуанкаре обеспечил ей форму»[29].

С философией и математикой тесно связано имя Бертрана Рассела. Он является автором так называемого парадокса Рассела – Цермело: Пусть S - совокупность всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента. Вопрос будет

---

[28] Pavlíček, Jan B.; *Základy neeukleidovské geometrie Lobačevského*, Praha, 1953, c. 19

[29] O´Shea, Donal; *Poincarého domněnka*, Praha, 2009, c. 175

звучать так: принадлежит или не принадлежит S множеству S? Каждый случай приводит к противоречию. Поэтому S не является множеством. Собственно парадокс Рассела - Цермело не выдумка, которая усложняет работу математиков. «Рассел нашёл противоречия в виде парадокса в произведении Фреге, Фреге у Дедекинда, и наконец оказалось, что такие противоречия появляются и у Пеано»[30]. Рассел попытался избежать парадоксы, создавая логическую теорию множеств, причём постулировать аксиомы так, чтобы избежать подобных ситуаций. Таким образом образовалась теория типов. В множестве всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента, внедрил категорию классов. Редефиниция понятия множеств и обоснование логицизма на основе классов множеств привели Рассела к написанию «Printipia Mathematica». Это произведение написано вместе с философом Уайтхедом. В этой работе Рассел однозначно становится сторонником логицизма, где доказанные математические теоремы могут привести к тавтологии. Логицизм у него переходит, в рамках эпистемологии, в логический атомизм, где предложения соответствуют вселенной.

В рамках философии XX-го века можно отметить Виттгенштайна, но явно в средней школе не возможно говорить о его взглядах на философию математики. Можно заметить, что в философии XX-го века мнение Канта о математических суждениях, что они синтетические и априорные, опровергают Карнап и Куайн. Карнап предполагает, что суждения невозможны, а Куайн считает невозможным деление суждений на аналитические и синтетические. Нельзя забывать про великого французского философа и математика Ален Бадью, который в философии применяет теорию множеств Цермела и Френкеля.[31]

По крайней мере, на дополнительных семинарах по математике учащийся средней школы может быть ознакомлен со спорами об основаниях математики. Логицизм мы уже вспомнили. Кроме него существует ещё формализм, отцом которого является Давид Гильберт. Теория считается действительной, если она будет достаточно формализованной и если будет доказана её логическая последовательность. Содержание теоремы Гёделя явно выходит за пределы возможностей математики и философии куррикулума средней школы.

Заключение

Математика и философия имеют весьма тесные связи в рамках учебной программы средней школы. Взаимосвязи с другими областями в процессе преподавания требуют огромный междисциплинарный кругозор учителя. «У каждой научной дисциплины

---

[30] Kvasz, Ladislav; *Ako matematika čelí svojim paradoxom*, In: Paradoxy a hranice racionality, Pusté Úľany, 2007, c. 64

[31] Эту теорию, которая «не знает такого понятия как "единица", "элемент", "объект", а только одно и множество коротко объясняет П. Сухарек. In: Sucharek, Pavol: Súčasná filozofia. Instantné dejiny kontinentálnej filozofie 20. storočia. Prešov: AFPUP 2012, c. 138

своя терминология, которая с её возникновением до настоящего момента прошла более или менее ощутимое развитие»[32]. Жаль, что «отдельные математические знания, с которыми ученики и студенты встречаются во время обучения, воспринимаются изолированно, не образуются в мысли учащихся как структура и это не происходит ни в одной дисциплине»[33]. За это частично ответственны некоторые учителя, которым присущий формализм препятствует появлению универсальной модели в сознании ученика. Они очень малое внимание обращают на межпредметные связи. Каждый учитель должен владеть базовыми знаниями средней школы. Это, в сочетании с дальнейшим развитием образования, должно стать гарантией образования, которое должно быть не раздробленным, а целостным.

Библиография:

1. Beľajev, Je. A.; Perminov, V. Ja.; *Filozofické a metodologické problémy matematiky*, Bratislava, 1984
2. Ernest, Paul; *The Philosophy of the Mathematics and the Didactics of the Mathematics*, In: Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline, Mathematics Education Library, vol. 13, Bielefeld, Kluver, 2002, ISBN 0-7923-2613-X
3. Filkorn, Vojtech; *Hegelova Logika ako základ dialektiky*, In: Hegel, G. W. F.; Logika ako veda I., Bratislava, 1985
4. Frič, Roman; *Medzi viac a menej*, In: Sociálne posolstvo Jána Pavla II. Univerzita ako miesto dialógu, Ružomberok, 2014
5. Gorfunkel, Alexander Chaimovič; *Renesanční filozofie*, Praha, 1987
6. Hanisko, Peter; *Medzipredmetové vzťahy matematiky s inými vyučovacími predmetmi*, In: Matematika v škole dnes a zajtra, Ružomberok, 2006
7. Heidegger, Martin; *Novověká matematická přírodní věda*, In: SCIPHI 6, 1994
8. Juškevič, Adolf P.; *Dějiny matematiky ve středověku*, Praha, 1977
9. Kobusch, Theo; *Filosofie vrcholního a pozdního středověku*, Praha, 2013
10. Kolman, Arnošt; *Dějiny matematiky ve starověku*, Praha, 1968
11. Kopáčková, Alena; *Interdisciplinarita v matematice*, In: Zkušenosti s dalším vzděláváním v matematice, Ostrava, 2008
12. Kvasz, Ladislav; *Ako matematika čelí svojim paradoxom*, In: Paradoxy a hranice racionality, Pusté Úľany, 2007
13. Kvasz,Ladislav; *Vývin jazyka v dejinách matematiky*, In: Rybár, Ján a kol.; Kapitoly z epistemológie III, Bratislava, 1996
14. Kvasz, Ladislav; *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*, Praha, 2013
15. Leibniz, Gottfried W.;*Monadologie a jiné prace*, Praha, 1982

[32] Žarnovičanová, Ružena; *Terminologická analýza a komparácia v oblasti porúch prežívania a správania*, In: Pohľady na súčasnú edukológiu v teoretickom, empirickom a metodickom kontexte, Nitra, 2008, c. 224

[33] Kopáčková, Alena; *Interdisciplinarita v matematice*, In: Zkušenosti s dalším vzděláváním v matematice, Ostrava, 2008, c. 50

16. Leško, Vladimír; *Heidegger – novoveká matematická prírodoveda a metafyzika*, In: Filozofia, roč. 61, 2006, č. 5
17. Mareš, Milan; *Příběhy matematiky*, Příbram, 2011
18. O´Shea, Donal; *Poincarého domněnka*, Praha, 2009
19. Pavlíček, Jan B.; *Základy neeukleidovské geometrie Lobačevského*, Praha, 1953
20. Petrovićová, Katarína; *Martianus Capella*, Brno, 2010
21. Proks, Ivo; *Celok je jednoduchší ako časť Vybrané kapitoly z histórie exaktných prírodných vied*, Bratislava, 2012
22. Röd, Wolfgang; *Novověká filosofie I*, Praha, 2001
23. Röd, Wolfgang; *Novověká filosofie II*, Praha, 2004
24. Sobotka, Milan; *Hegel a metafyzika*, In: Leško, Vladimír; Tholt, Pavol; Hegel v kontextoch Heideggerovej a Patočkovej filozofie, Košice, 2010
25. Sobotka, Milan; *Thomas Hobbes a jeho trilogie*, In: Hobbes, Thomas, Výbor z díla, Praha, 1988
26. Struik, Dirk J.; *Dějiny matematiky*, Praha, 1963
27. Sucharek, Pavol: Súčasná filozofia. Instantné dejiny kontinentálnej filozofie 20. storočia. Prešov: AFPUP 2012
28. Volek, Peter; *Rajmund Lullus Ars brevis Úvod do diela,* In: Patristika a scholastika, Bratislava, 2009
29. Zaťková, Tímea; *Diagnostikovanie vzdelávacích výsledkov žiakov a pedagogická evalvácia v kontexte vysokoškolskej prípravy učiteľov*, In: Pedagogica actualis I., Trnava, 2008
30. Zigo, Milan; *Spinozova Etika alebo hľadanie absolútna v každodennosti*, In: Spinoza, Baruch; Etika, Bratislava, 1986
31. Znám, Štefan a kol.; *Pohľady do dejín matematiky*, Bratislava, 1986
32. Žarnovičanová, Ružena; *Terminologická analýza a komparácia v oblasti porúch prežívania a správania*, In: Pohľady na súčasnú edukológiu v teoretickom, empirickom a metodickom kontexte, Nitra, 2008