Acta et Commentationes, Sciences of Education, nr. 4(26), 2021 ISSN 1857-0623
p. 7-16 E-ISSN 2587-3636

CZU:371.39:51 DOI: 10.36120/2587-3636.v26i4.7-16

CONVERSAȚIA – METODĂ EFECTIVĂ ȘI EFICIENTĂ DE INSTRUIRE A MATEMATICII

Ilie LUPU, doctor habilitat, profesor universitar, UST

https://orcid.org/0000-0003-1375-3071

Rezumat. În articol sunt expuse esența și tipurile de conversație ca metodă activă de instruire a matematicii, cât și eficiența conversației euristice la demonstrarea teoremelor și rezolvarea problemelor. Rolul conversației la formarea competențelor matematice reprezintă și o școală a vorbirii, contribuind la formarea aptitudinilor de a comunica inteligent.

Cuvinte cheie: metodă, instruire, problemă, teoremă, ecuație, limbaj matematic.

CONVERSATION - AN EFFECTIVE AND EFFICIENT METHOD OF TEACHING MATHEMATICS

Abstract. The article discusses the essence and types of conversation as an active method of teaching mathematics, as well as the effectiveness of heuristic conversation in proving theorems and solving problems. The role of conversation in the formation of mathematical skills, represent at the same time a school of speech, contributing to the formation of the ability to communicate intelligently.

Keywords: method, instruction, problem, theorem, equation, mathematical language.

În numeroase cercetări didactico-metodice se remarcă o vădită tendință de intensificare a dialogului profesor – elev, preocupate de perfecționarea conversației.

În învățământ dialogul este totalmente subordonat unor sarcini didactice și educative, este axat pe procesul de învățare și dezvoltare a personalității. În legătură cu competențele preconizate, conversația își asumă multiple funcții, ceea ce îi conferă valoarea unui prețios instrument didactic în mâna profesorului: conversație de tip euristic, conversație de aprofundare, conversație de consolidare, conversație de examinare și evaluare a performanțelor învățării.

Cea mai importantă și mai frecvent utilizată este conversația euristică, reprezentând o modalitate de învățare prin descoperire, când profesorul realizează o activitate comună de gândire cu elevii săi, pe care îi determină la un efort personal de căutare și de descoperire.

Etimologia cuvântului conversație (lat. conversație – compus din con, cum = cu, și din versus = întoarcere) exprimă o acțiune de întoarcere la cunoștințele deja dobândite la o acțiune de cercetare și examinare a unei probleme.

Una din cele mai efective metode de instruire a matematicii, care contribuie la însușirea activă a materiei noi de către elevi este conversația. Metoda conversației constă în dialogul dintre profesor și elev (elevi), în care profesorul nu trebuie să apară în rolul examinatorului permanent, ci în rolul unui partener, care nu doar întreabă, dar și răspunde la întrebările elevilor.

La utilizarea acestei metode profesorul pune în fața clasei problema și apoi, cu ajutorul unui sistem bine gândit de întrebări, îi conduce pe elevi la rezolvarea ei. Întrebările enunțate, supuse atenției și analizei întregii clase, trebuie să îndeplinească anumite condiții: să fie precise, să nu fie vagi, să vizeze un singur răspuns, să nu conțină răspunsul, să nu ceară un răspuns prin „da” sau „nu”, să contribuie la dezvoltarea gândirii, adică să fie instructive, întrebările să fie adresate întregii clase, apoi se numește elevul căruia trebuie să i se acorde un timp de gândire.

Răspunsurile acceptate trebuie să fie corecte, exprimate în termini preciși și complete, să oglindească înțelegerea.

Conversația este clasificată ca:

- <u>euristică</u> (inițiată de Socrate), care constă în dialogul, în care întrebările se adresează judecății, raționamentului;
- <u>catihetică</u>, în care întrebările se adresează memoriei, care cer răspunsuri de reproducere din memorie a unor definiții, formule, reguli.

Să demonstrăm teorema despre suma pătratelor medianelor unui triunghi prin metoda conversației euristice.

În triunghiul ABC cu laturile a, b, c avem ${m_a}^2 + {m_b}^2 + {m_c}^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

La demonstrarea acestei teoreme vom utiliza metoda vectorială și conversația.

Se dă: ΔABC; $AB = c$; $BC = a$; $AC = b$, iar AM, BN și CE sunt mediane.

Să demonstrăm, că: $AM^2 + BN^2 + CE^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

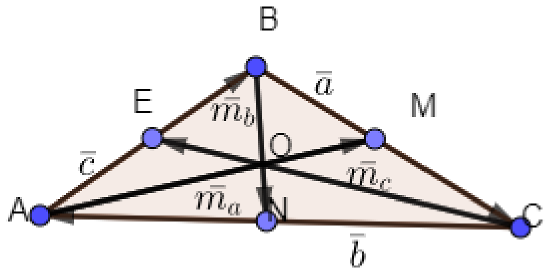


Figura 1.

Notăm: $\overline{AM} = \overline{m_a}$, $\overline{BN} = \overline{m_b}$, $\overline{CE} = \overline{m_c}$, $\overline{AB} = \bar{c}$, $\overline{BC} = \bar{a}$, $\overline{CA} = \bar{b}$.

<u>Profesorul:</u> Exprimați vectorii $\overline{m_a}$, $\overline{m_b}$ și $\overline{m_c}$ prin vectorii $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ (fig.1).

<u>Elevul</u>: Din ΔABM: $\overline{m_a} = \bar{c} + \frac{1}{2}\bar{a}$; din ΔBCN: $\overline{m_b} = \bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$; din ΔCAE: $\overline{m_c} = \bar{b} + \frac{1}{2}\bar{c}$.

<u>Profesorul</u>: Calculați pătratele scalare ale vectorilor $\overline{m_a}$, $\overline{m_b}$ și $\overline{m_c}$.

<u>Elevul</u>: $\overline{m_a}^2 = \bar{c}^2 + \frac{1}{4}\bar{a}^2 + \bar{c}\cdot\bar{a}$; $\overline{m_b}^2 = \bar{a}^2 + \frac{1}{4}\bar{b}^2 + \bar{a}\cdot\bar{b}$; $\overline{m_c}^2 = \bar{b}^2 + \frac{1}{4}\bar{c}^2 + \bar{b}\cdot\bar{c}$.

<u>Profesorul</u>: Calculați: $\overline{m_a}^2 + \overline{m_b}^2 + \overline{m_c}^2$.

<u>Elevul</u>: $\bar{m}_a{}^2 + \bar{m}_b{}^2 + \bar{m}_c{}^2 = \bar{c}^2 + \frac{1}{4}\bar{a}^2 + \bar{c}\cdot\bar{a} + \bar{a}^2 + \frac{1}{4}\bar{b}^2 + \bar{a}\cdot\bar{b} + \bar{b}^2 + \frac{1}{4}\bar{c}^2 +$

$$+\bar{b}\cdot\bar{c} = (\bar{a}^2 + \bar{b}^2 + \bar{c}^2) + \frac{1}{4}(\bar{a}^2 + \bar{b}^2 + \bar{c}^2) + (\bar{c}\cdot\bar{a} + \bar{a}\cdot\bar{b} + \bar{b}\cdot\bar{c}).$$

Profesorul: Priviți fig.1. și determinați relația dintre vectorii $\bar{a}$, $\bar{b}$ și $\bar{c}$.

Elevul: $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0$.

Profesorul: Calculați pătratul scalar $(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})^2$.

Elevul: $(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})^2=\left(\bar{a}^2+\bar{b}^2+\bar{c}^2\right)+2(\bar{a}\cdot\bar{c}+\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c})$.

Profesorul: Cu ce este egal $(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})^2$?

Elevul: $(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})^2=0$. Deci $\left(\bar{a}^2+\bar{b}^2+\bar{c}^2\right)+2\left(\bar{a}\cdot\bar{c}+\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}\right)=0$. De aici $\bar{a}\cdot\bar{c}+\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}=-\frac{1}{2}\left(\bar{a}^2+\bar{b}^2+\bar{c}^2\right)$. Prin urmare:

$$\bar{m}_a{}^2+\bar{m}_b{}^2+\bar{m}_c{}^2=\frac{5}{4}\left(\bar{a}^2+\bar{b}^2+\bar{c}^2\right)-\frac{1}{2}\left(\bar{a}^2+\bar{b}^2+\bar{c}^2\right)=\frac{3}{4}\left(\bar{a}^2+\bar{b}^2+\bar{c}^2\right).$$

Profesorul: Ce proprietate posedă pătratul scalar al unui vector?

Elevul: $\bar{a}^2=|\bar{a}|^2$.

Profesorul: Treceți egalitatea $m_a{}^2+m_b{}^2+m_c{}^2=\frac{3}{4}\left(\bar{a}^2+\bar{b}^2+\bar{c}^2\right)$ din limbajul vectorial în limbaj geometric.

Elevul: $|\overline{m_a}|^2+|\overline{m_b}|^2+|\overline{m_c}|^2=\frac{3}{4}(|\bar{a}|^2+\left|\bar{b}\right|^2+|\bar{c}|^2)$. Astfel am obținut:

$$AM^2+BN^2+CE^2=\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2).$$

Problemă: Să calculăm lungimea medianei duse din vârful *A* al triunghiului *ABC* cu laturile $BC=a$; $CA=b$, $AB=c$.

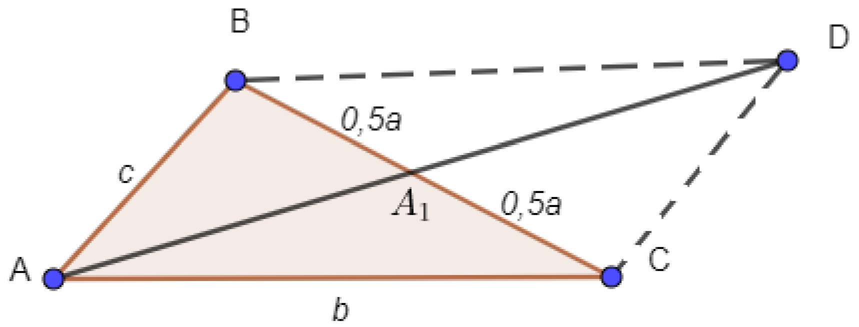


Figura 2.

Pentru a calcula lungimea medianei este rațional de a efectua unele construcții suplimentare. Completăm triunghiul *ABC* până la paralelogramul *ABDC*, prelungind mediana AA_1 cu $A_1D=AA_1$ (fig. 2).

Profesorul: Ce proprietate posedă laturile și diagonalele unui paralelogram?

Elevul: Într-un paralelogram suma pătratelor tuturor laturilor este egală cu suma pătratelor diagonalelor lui.

Profesorul: În cazul paralelogramului *ABDC*?

Elevul: $2(AB^2+BD^2)=AD^2+BC^2$.

Profesorul: Notăm $AA_1=m_a$ și obținem?

Elevul: $2(c^2+b^2)=(2m_a)^2+a^2 \Leftrightarrow 4m_a{}^2=2(c^2+b^2)-a^2 \Leftrightarrow m_a{}^2=\frac{2(c^2+b^2)-a^2}{4}$.

Profesorul: În mod analog calculăm lungimile celorlalte mediane ale ΔABC cu laturile *a, b, c*:

$$m_b^2 = \frac{2(a^2+c^2)-b^2}{4};\ m_c^2 = \frac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}.$$

Profesorul: Calculăm suma $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$.

Elevul:

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2 + 2a^2 + 2c^2 - b^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2\right) =$$

$$\frac{1}{4}(3a^2 + 3b^2 + 3c^2) = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Problemă. Să calculăm lungimea înălțimii coborâtă din vârful *A* al triunghiului *BAC* cu laturile *a, b, c*.

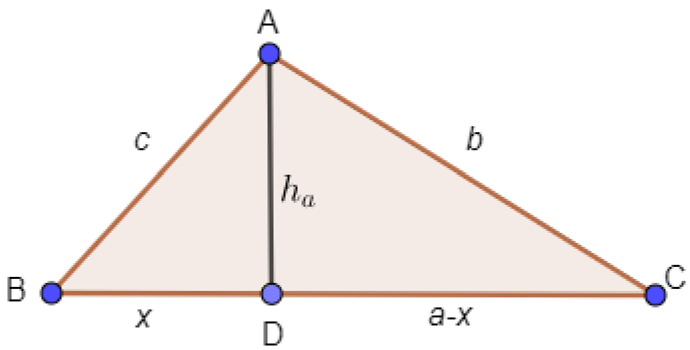


Figura 3.

Profesorul: Pentru a calcula înălțimea cel mai rațional ar fi de utilizat teorema?

Elevul: Teorema lui Pitagora. Din ΔADB: $h_a^2 = c^2 - x^2$, unde $BD = x$ (fig. 3), iar $DC = a - x$.

Profesorul: Determinați relația dintre b, h_a și $a - x$.

Elevul: Din ΔADC $h_a^2 = b^2 - (a - x)^2$.

Profesorul: Ce sistem de ecuații am obținut?

Elevul: $\begin{cases} h_a^2 = c^2 - x^2, \\ c^2 - x^2 = b^2 - (a - x)^2 \end{cases}.$

Profesorul: Cum rezolvăm acest sistem?

Elevul: Din ecuația a doua a sistemului obținem $c^2 - x^2 = b^2 - a^2 + 2ax - x^2 \Leftrightarrow$

$$c^2 = b^2 - a^2 + 2ax \Leftrightarrow 2ax = a^2 + c^2 - b^2 \Leftrightarrow x = \frac{a^2+c^2-b^2}{2a}.$$

Profesorul: Înlocuiți $x = \frac{a^2+c^2-b^2}{2a}$ în prima ecuație a sistemului.

Elevul: $$h_a^2 = c^2 - \left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)^2 = \left(c - \frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)\cdot\left(c + \frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right) = \frac{2ac-a^2-c^2+b^2}{2a}\cdot$$

$$\frac{2ac+a^2+c^2-b^2}{2a} = \frac{b^2-(a-c)^2}{2a}\cdot\frac{(a+c)^2-b^2}{2a} = \frac{1}{4a^2}(b - a + c)(b + a - c)(a + c - b)(a + b + c).$$

Profesorul: Notăm $p = \frac{a+b+c}{2}$ semiperimetrul ΔABC și obținem?

Elevul: $b - a + c = 2(p - a)$; $b + a - c = 2(p - c)$; $a + c - b = 2(p - b)$.

Profesorul: Calculați h_a^2.

Elevul: $h_a^2 = \frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{a^2}$.

Să utilizăm metoda conversației la demonstrarea teoremei: Bisectoarea unghiului intern al triunghiului împarte latura opusă în părți proporționale cu laturile laterale ale lui:

Ipoteza: Se dă ΔABC, BD este bisectoarea $\measuredangle ABC$.

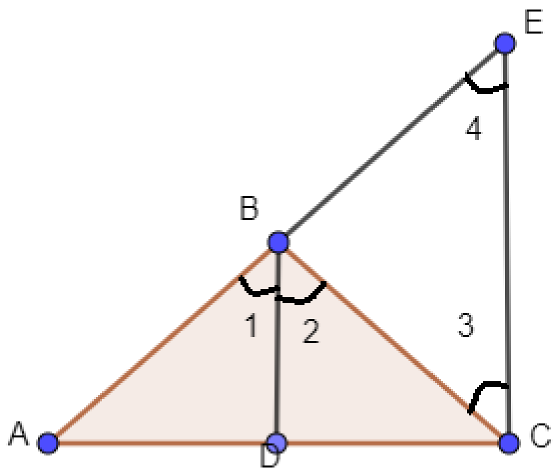


Figura 4.

Concluzia: Să demonstrăm că $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$. (fig. 4).

Profesorul: De unde putem obține proporția care trebuie demonstrată?

Elevul: Putem aplica asemănarea unor triunghiuri sau proprietatea segmentelor tăiate pe laturile unghiului triunghiului de o dreaptă paralelă laturii opuse.

Profesorul: Avem pe desen triunghiuri asemenea?

Elevul: Nu.

Profesorul: Cum sunt situate pe desen primele trei segmente ce se conțin în proporția pe care trebuie s-o demonstrăm?

Elevul: Ele sunt situate pe laturile unghiului *A*.

Profesorul: Ce idee ne sugerează acest fapt?

Elevul: De a utiliza proprietatea segmentelor tăiate pe laturile unghiului triunghiului de o dreaptă paralelă la latura opusă lui.

Profesorul: Unde trebuie să fie situat al patrulea?

Elevul: Pe prelungirea laturii *AB*.

Profesorul: Cum să-l construim?

Elevul: Prelungim latura *AB* și prin punctul *C* ducem paralelă la *BD* până la intersecție cu *AB* în punctul *E*.

Profesorul: Ce proporție putem compune acum?

Elevul: $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BE}$.

Profesorul: Comparați această proporție cu acea ce trebuie demonstrată. Ce concluzie putem face?

Elevul: Să demonstrăm că $BE = BC$.

Profesorul: Ce reprezintă aceste segmente pe fig. 4?
Elevul: Laturi ale triunghiului *CBE*.
Profesorul: În ce condiții două laturi ale triunghiului sunt congruente?
Elevul: Două laturi ale triunghiului sunt congruente, dacă sunt opuse unghiurilor egale.
Profesorul: Egalitatea căror unghiuri trebuie să demonstrăm?
Elevul: Trebuie să demonstrăm că $\measuredangle 3 = \measuredangle 4$.
Profesorul: Cum?
Elevul: $\measuredangle 2 = \measuredangle 3$ ca unghiuri alterne interne obținute la intersecția dreptelor paralele *DB* și *CE* cu secanta *BC*. $\measuredangle 1 = \measuredangle 4$ ca unghiuri de aceiași parte a secantei *AE* ce intersectează dreptele paralele *DB* și *CE*. Deoarece *BD* este bisectoare, rezultă că $\measuredangle 1 = \measuredangle 2$, prin urmare $\measuredangle 4 = \measuredangle 3$.
Profesorul: Ce concluzie putem face?
Elevul: Δ*BCE* este isoscel, deci *BE* = *BC*.

Pe parcursul acestei lecții profesorul a formulat 13 întrebări, care se succed într-o ordine logică strictă și care fac apel de reproducere din memorie a cunoștințelor obținute anterior. Astfel dirijarea excesivă generează pasivism, oferă doar iluzia că întrebările se adresează judecății, raționamentului.

Este necesar de o așa manieră a conversației încât să sporească la maximum funcțiile ei formativ-euristice.

Se preconizează o conversație mai puțin dirijată, favorabilă construcției operațiilor de gândire și intensificării relațiilor interpersonale dintre participanți.

Firește că orice cercetare pornește de la o problemă, inițial se acordă atenție momentului de „debut” al conversației. Adică, mai înainte de orice, se consideră deosebit de important să se pună în fața elevilor o problemă semnificativă, care să ofere posibilitatea acestora să anticipeze o structură globală ca problemă de rezolvat, să determine o cercetare de o anumită amploare.

De exemplu, în clasa a X-a de liceu cu profil real elevii rezolvă ecuații pătrate cu modul și parametru. Se estimează că întrebările create fac apel la procese intelectuale mai complicate decât memoria și amintirea. Solicitând inteligența productivă, ele lasă mai multă libertate de căutare, de cercetare.

Exemplu. Pentru care valori ale parametrului *a* ecuația $x|x+2a|+1-a=0$ are o singură soluție?

Inițial vom afla toate soluțiile pentru fiecare valoare a lui *a*, apoi le vom alege pe acelea care verifică condiția problemei.

Pentru fiecare valoare fixată a lui *a* vom căuta soluțiile ecuației date pentru $x<-2a$ și apoi pentru $x \geq -2a$.

1) Fie $x<-2a$, atunci ecuația ia forma: $x^2+2ax+a-1=0$. (1)

$$D_1 = 4a^2 - 4a + 4 = 4(a-\tfrac{1}{2})^2 + 3 > 0.$$

Prin urmare, pentru fiecare valoare fixată a lui *a* ecuația (1) are două soluții reale:

$$x_1 = -a + \sqrt{a^2 - a + 1}\,,\ x_2 = -a - \sqrt{a^2 - a + 1}\,.$$

Să verificăm care din aceste soluții sunt mai mici decât *-2a.*

Soluția x_1 va aparține domeniului $x < -2a$, atunci și numai atunci, când:

$-a + \sqrt{a^2 - a + 1} < -2a$ sau $\sqrt{a^2 - a + 1} < -a.$ (2)

Inecuația (2) este echivalentă cu sistemul: $\begin{cases} -a > 0 \\ a^2 - a + 1 < a^2 \end{cases}$, sau $\begin{cases} a < 0 \\ a > 1 \end{cases}$, care nu are soluții.

Astfel nu există așa valori ale parametrului *a* pentru care $x_1 < -2a$.

Soluția x_2 va aparține domeniului $x < -2a$, atunci și numai atunci, când:

$-a - \sqrt{a^2 - a + 1} < -2a$ sau $\sqrt{a^2 - a + 1} > a.$ (3)

Este evident, că toate valorile $a < 0$ verifică inecuația (3).

Pentru $a \geq 0$ inecuația (3) este echivalentă cu inecuația $a^2 - a + 1 > a^2$, care are soluțiile $0 \leq a < 1$.

Deci, în domeniul $x < -2a$ ecuația dată are o singură soluție $x_1 = -a - \sqrt{a^2 - a + 1}$ pentru $a \in (-\infty; 1)$.

2) Fie $x \geq -2a$, atunci ecuația dată ia forma: $x^2 + 2ax + 1 - a = 0.$ (4)

$D_2 = 4(a^2 + a - 1) > 0$, de unde $\left[\begin{array}{l} a < -\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1) \\ a > \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) \end{array}\right.$. (*)

Pentru aceste valori ale parametrului *a* ecuația (4) are soluțiile reale:

$x_3 = -a + \sqrt{a^2 + a - 1}$ și $x_4 = -a - \sqrt{a^2 + a - 1}$ și $x_3 = x_4$ pentru $a = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$ și $a = -\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)$.

Să calculăm valorile lui *a* (*) pentru care soluțiile x_3, x_4 aparțin domeniului $x \geq -2a$.

Pentru aceasta vom rezolva inecuațiile $x_3 \geq -2a, x_4 \geq -2a$.

Inecuația $-a + \sqrt{a^2 + a - 1} \geq -2a$, (5) $\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + a - 1} \geq -a$ sau cu totalitatea a două sisteme de inecuații:

$$\begin{cases} a > 0 \\ a^2 + a - 1 \geq 0 \end{cases} \text{ și } \begin{cases} a \leq 0 \\ a^2 + a - 1 \geq a^2. \end{cases}$$

Primul sistem are soluțiile $a \geq \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$, iar sistemul al doilea nu are soluții.

Deci soluția x_3 aparține domeniului $x \geq -2a$ pentru $a \geq \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$.

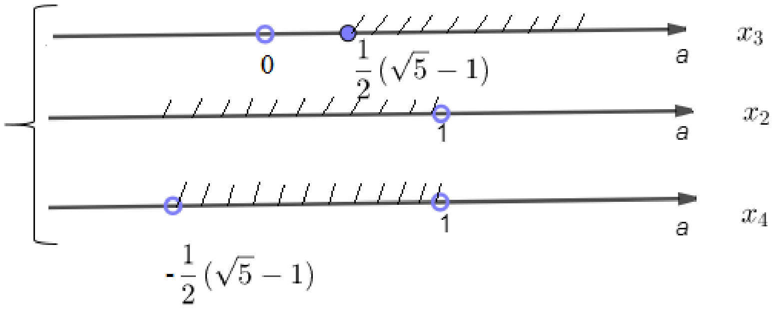
Astfel, pentru $a \geq \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$, ecuația dată are soluția: $x = -a + \sqrt{a^2 + a - 1}$.

Inecuația $-a - \sqrt{a^2 + a - 1} \geq -2a \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + a - 1} \leq a \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + a - 1 \geq 0 \\ a \geq 0 \\ a^2 + a - 1 \leq a^2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} a \geq \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) \\ a \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) \leq a \leq 1.$

Deci pentru $\frac{1}{2}\left(\sqrt{5}-1\right) \leq a \leq 1$, $x = -a - \sqrt{a^2+a-1}$.

Dacă $a = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$, atunci în domeniul $x \geq -2a$, ecuația are o singură soluție $x_3 = x_4 = -\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



Răspuns: Pentru $a < -\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$, $x = -a - \sqrt{a^2-a+1}$.

Pentru $a > 1$, , $x = -a + \sqrt{a^2+a-1}$.

Exemplu. Să rezolvăm ecuația:

$$\left|1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right)\right| + |x^2-15x+44| = 15x - x^2 - \cos\left(\pi\sqrt{x}\right) - 45.$$

Scriem ecuația dată astfel:

$$\left|1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right)\right| + |x^2-15x+44| = -\left(1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right)\right) - (x^2-15x+44).$$

Prin urmare, avem o ecuație de tipul

$$|u| + |v| = -u - v \Leftrightarrow \begin{cases} |u| = -u \\ |v| = -v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u \leq 0 \\ v \leq 0. \end{cases}$$

Astfel, rezolvarea ecuației date se reduce la rezolvarea sistemului:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right) \leq 0 \\ x^2-15x+44 \leq 0. \end{cases}$$

Însă inecuația a doua a sistemului este echivalentă cu $1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right) = 0$,

Astfel sistemul $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right) \leq 0 \\ x^2-15x+44 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right) = 0 \\ 4 \leq x \leq 11 \end{cases}$.

Ecuația

$$1+\cos\left(\pi\sqrt{x}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\pi\sqrt{x}\right) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \pi\sqrt{x} = \pi + 2k\pi \\ k \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \begin{cases} (2k+1)^2 \\ k \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow k \in Z$.

Astfel, soluția ecuației trigonometrice este pătratul unui număr pozitiv impar. Ținând cont de inegalitatea $4 \leq x \leq 11$, obținem, că unica soluție a sistemului, în același timp și a ecuației date este $x = 9$.

Răspuns: 9.

La rezolvarea ecuației precedente sunt utile intervențiile profesorului, numai că întrebările sale au o altă semnificație pedagogică decât în matematica tradițională, întrebările adresate vin să sugereze anumite operații de efectuat.

Asemenea întrebări facilitează înțelegerea și inițiativa elevilor în procesul de rezolvare a problemelor.

Exemplu. Să calculăm toate valorile parametrului *a* pentru care inecuația

$$1+\log_2(2x^2+2x+\frac{7}{2})\geq\log_2(ax^2+a)$$

are măcar o soluție.

Inecuația

$$1+\log_2(2x^2+2x+\tfrac{7}{2})\geq\log_2(ax^2+a)\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\4x^2+4x+7>ax^2+a.\end{cases}\qquad(1)$$

Deoarece discriminantul trinomului pătrat, situat sub simbolul logaritmului în membrul stâng al inecuației este negativ, iar coeficientul membrului superior al lui este pozitiv, atunci acest trinom obține numai valori pozitive.

Expresia $ax^2+a=a(x^2+1)$ va fi pozitivă, pentru a>0. Astfel, este necesar de a calcula valorile pozitive ale parametrului, pentru care inecuația din sistemul (1) va avea măcar o soluție:

$$\begin{cases}a>0\\4x^2+4x+7>ax^2+a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\(4-a)x^2+4x+7-a>0.\end{cases}$$

Vom examina trei cazuri.

1. Dacă $0<a<4$, atunci inecuația din sistem întotdeauna va avea un număr infinit de soluții, ceea ce rezultă din faptul că ramurile graficului $y=(4-a)x^2+4x+7-a$ sunt orientate în sus.

2. Dacă $a=4$, atunci obținem inecuația $4x+3>0$, care are la fel o mulțime de soluții.

3. Dacă $a>4$, atunci primul coeficient a trinomului pătrat $y=(4-a)x^2+4x+7-a$ este negativ, și de aceea, pentru ca inecuația să aibă măcar o soluție, este necesar, ca discriminantul trinomului pătrat să obțină valori nenegative.

Astfel, valorile căutate ale parametrului le vom obține din sistemul:

$$\begin{cases}a>4\\4-(4-a)(7-a)\geq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>4\\a^2-11a+24\leq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>4\\3\leq a\leq8\end{cases}\Leftrightarrow 4<a\leq8.$$

Ținând cont, că $a>0$, obținem $a\in(0;8]$.

Răspuns: $(0;8]$.

Stimularea conversației, intercomunicarea în timpul lecției reprezintă întotdeauna o școală a vorbirii și un exercițiu de cultivare a artei de a vorbi frumos, a aptitudinii de a comunica inteligent.

Dacă limbajul matematic este un instrument indispensabil și prețios pentru adult, el capătă o importanță și mai mare pentru dezvoltarea raționamentului matematic al copilului, iar îmbogățirea limbajului matematic se face concomitent cu dezvoltarea gândirii matematice.

Stăpânirea limbajului are urmări mai vizibile la rezolvarea problemelor. În acest sens neînțelegerea textului problemei face imposibilă nu numai rezolvarea ei, dar și orice inițiativă și încercare de rezolvare.

Importanța limbajului matematic la elevi se realizează nu numai pe plan matematic, ci și pe plan efectiv motivațional.

Conform competențelor urmărite în diversele variante de lecții, conversația este: introductivă, conversația în cadrul prezentării materialului nou, conversația pentru fixarea noilor cunoștințe, conversația pentru recapitulare și conversația în procesul de evaluare a cunoștințelor.

Articol elaborat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)", inclus în „Program de Stat" (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20.

Bibliografie

1. CERGHIT, I. *Metode de învățământ*. Iași: Polirom, 2006.
2. LUPU, I. *Metodica predării matematicii*. Chișinău: Editura „Liceum", 1996.
1. LUPU, I. *Metodologia rezolvării problemelor de matematică cu un grad sporit de dificultate.* Chișinău: Editura Prut Internațional, 2011.
2. РЯЗАНОВСКИЙ, А.Р.; МИРОШИН, В.В. *Математика. Решение задач повышенной сложности*. Москва: Интелект-Центр, 2008.