

CONTROVERSE ÎN ÎNVÎȘĂMÎNTUL MATEMATIC

Mitrofan M. CIOBANU, UST, academician

Abstract. *In the present article some problems of higher education and, in particular, of mathematical education are discussed.*

Secolul al XX-lea se caracterizează prin mari schimbări de ordin tehnologic, de neimaginat până atunci. În toate domeniile producției științifice, tehnologiile au înregistrat o dezvoltare nemaipomenită. Învățământul matematic, care depinde de progresul științelor matematice, nu a fost supus unor schimbări mari timp îndelungat. Din această cauză considerăm că la momentul actual există o criză a învățământului matematic. În lucrarea

de fa sunt expuse cauzele acestei crize i unele probleme cu care se confrunt înv mântul matematic.

Cum s înv m?

Cuvântul "educa ie" deriv din substantivul "educatio", care înseamn cre tere, hr nire, cultivare. [Platon](#) definea educa ia ca fiind „arta de a forma bunele deprinderi sau de a dezvolta aptitudinile native pentru virtu ile celor care dispun de ele”. [Aristotel](#) scria, în lucrarea sa „Politica”: „Educa ia trebuie fie un obiect al supravegherii publice, nu al celei particulare” (vezi [6]). Optimizarea procesului educa ional este o problem dificil i necesit dep irea unor obstacole i reticene. Optimizarea înseamn arta de modelare opera ional a secven elor procesului educa ional.

Totul este schimb tor. Orice obiect i orice fenomen este compus din p r i. De unde deducem importan a de a vedea schimb rile, de a observa componentele fenomenului sau ale obiectului, de a sesiza rela iile dintre elementele componente i de a determina unele componente i rela ii, invizibile într-o prim faz . A vedea fenomenele i obiectele în profunzime i în toate aspectele lor reprezint totodat cheia succesului. Cuvintele lui Buddha: „*Tot ceea ce suntem este tot ceea ce am gândit*” sunt expuse în alt mod i de Marcus Aurelius: „*Via a unui om este determinat de gândurile sale*”. Verbul "a gândi" are în acest context un sens profund: *a- i forma o idee despre un lucru, determina rea c ilor de realizare a unei idei, a p trunde ceva cu mintea, a reflecta, a chibzui la ceva etc.* În particular, tot ce facem este în prealabil planificat, chibzuit, gândit. Gândurile realizate reprezint urma pe care o las omul.

A înv a s înve i creativ este o problem actual a psihopedagogiei. Procesul educa ional este un ansamblu de modalit i sistematice, planificate i organizate cu scopuri bine calculate. Procesul educa ional este de asemenea un proces de redescoperire, de selectare, de transpunere, de transmitere, de fixare i evaluare a cuno tin elor. Procesul educa ional are caracter informativ-formativ, calitativ-formativ i cognitiv-creativ. Nivelul de dezvoltare a personalit ii depinde de raportul dintre componentele informativ-formativ, calitativ-formativ i cognitiv-creativ. Deci scopul procesului educa ional const , în primul rând, în acumularea cuno tin elor utile i, în al doilea rând, în formarea capacit ilor de a aplica aceste cuno tine la rezolvarea diverselor probleme. Formarea capacit ii de a descoperi este obiectivul major al procesului educa ional. Pentru aceasta trebuie s form m personalit i active potrivit prescrip iei biblice: „*Cere i i vi se va da; c uta i i ve i afla; bate i i vi se va deschide. C oricine cere ia, cel care caut afl , i celui care bate i se va deschide*” (Matei). Psihopedagogia i didactica pun la dispozi ie diverse metode concrete de organizare a procesului educa ional. Aceste metode se amplific creativ în dependen de dezvoltarea psihopedagogiei, didacticii, tiin elor i societ ii.

Ce s înv m?

Înv mântul matematic are tradi ii foarte vechi. Pe parcursul anilor, secolelor i mileniilor, curriculumul matematic de orice nivel s-a complicat mult, dar s-a modificat pu in.

Se fac diverse tentative de a introduce elemente de "matematici superioare" în cursul liceal de matematică. Efectul acestor tentative este nul pentru cei specializați în științele sociale și umaniste, și unul negativ pentru viitorii matematicieni, pentru cei care aleg științele reale și tehnice. De ce? Pentru că este format din "ciupituri" și nu are un caracter sistematic. În ciclul universitar, acest fapt constituie un serios impediment psihologic pentru a aborda studiul sistematic al disciplinelor matematice. Este oportun să studiem bine în instituțiile preuniversitare un "minim optim", dar să nu transformăm în coală într-o excursie "în lumea științelor". Criza preuniversitară a "matematicilor superioare" poate fi depășită.

Există totodată o criză profundă în învățământul matematic universitar. Matematica contemporană este un univers cu multe "sisteme solare", "constelații", "galaxii". La ora actuală, un matematician este competent numai într-un anumit domeniu și, în cazuri mai rare, în câteva domenii adiacente. Multe domenii de activitate cer cu totul altă pregătire matematică, diferită de cea existentă. Curriculumul existent este orientat preponderent spre activitățile umane tradiționale și, în subsidiar, spre pregătirea cadrelor didactice și științifice în domeniul matematicii.

Care este soluția? Soluția este și simplă și dificilă. Simplă prin faptul că este suficient a studia cerințele pieței muncii în lume. Dificilă din cauza a două obstacole. Obstacolul "intern" al tradițiilor matematicienilor: așa ne-au învățat pe noi și ceea ce facem ne pare că e bine. Dacă ai căzut de la etajul doi și totul s-a sfârșit bine, atunci, căzând de la etajul al 10-lea și ajungând cu bine la nivelul etajului doi, nu spera că va fi totul bine când vei ateriza și la etajul întâi. Aici metoda inducției matematice nu se aplică (dacă cad cu bine de la etajul n , atunci așa va fi și căzând de la etajul $n+1$). Tradițiile au un efect pozitiv – de a nu întreprinde schimbări totale, dar și un efect negativ – de a stopa orice schimbare. Fără schimbări însă nu există progres.

Un alt obstacol este determinat de restricțiile administrative existente. În RM, nomenclatorul specialităților pentru ciclul de licență este adoptat prin lege și nu se pot face modificări nici la nivelul ministerial. Ar fi bine ca unele amendamente să poată fi operate cu acordul Ministerului Educației în baza unui contract cu întreprinderile. În al doilea rând, dezvoltarea internă a țării nu corespunde cu nivelul de dezvoltare al altor țări. Din această cauză, unele specializări vor fi respinse pe motivul „când pregătim specialiști pentru alte țări”, ceea ce nu corespunde tendințelor noastre de integrare europeană. În consecință, tinerii pleacă și învețe peste hotare pentru a obține studii și calificări conform cerințelor pieței de muncă din țările cu un nivel tehnologic mai înalt.

Probleme ale învățământului matematic

Unele probleme ale învățământului matematic au fost examinate în România de acad. Solomon Marcus (vezi [3]). Suntem de acord cu poziția dumnealui privitor la învățământul universitar, dar și cu aserțiunea: „Trebuie numai să învingem inerția care ne ține blocați în trecut”. Această afirmație se referă în fapt la învățământul de toate treptele.

Progresul tehnicii a impulsionat mereu diversificarea și perfecționarea resurselor educaționale. Câte mijlocul secolului al XX-lea au fost create numeroase teorii și

mijloace tehnice uimitoare, cu aplicare în practica cotidian : a fost elaborat conceptul de algoritm, a ap rut no iunea de programare la calculator, a fost conceput no iunea de inteligen artificial , a fost creat programarea (optimizarea) liniar , au fost propuse diverse teorii de optimizare, au fost create ma ini de calcul (computere) cu posibilit i fenomenale, inclusiv cu posibilit i practice, ma ini care ne duc într-o lume virtual i care pot crea modele din mediul ce ne înconjoar , iar uneori din domeniul fantasticului.

Schimb rile sociale impun permanent modific ri esen iale curriculare, care se reflect asupra tuturor componentelor procesului instructiv-educativ din institu iile de înv mânt. Este vorba de metodele de predare-în v are-evaluare, de con inuturile, finalit ile, de rolul actorilor implica i în acest proces etc.

Din acest punct de vedere sunt importante urm toarele probleme generale:

A. Stabilirea obiectivelor cu caracter cognitiv i educativ, a celor opera ionale i de specialitate.

B. Determinarea con inutului materiei de studiu, per ansamblu i pe discipline.

C. Împ rirea materiei de studiu pe module i secven e informa ionale (teme, subteme, defini ii, propriet i, exerci ii, probleme).

D. Controlul asupra informa iilor dobândite, realizarea principiului ”feed-back” (conexiunea indirect).

E. Elaborarea metodologiilor de aplicare a tehnologiilor informa ionale i comunica ionale în procesul educa ional de toate nivelurile (pre colar, colar, universitar, postuniversitar, formal i non-formal).

F. Aplicarea principiilor psiho-pedagogice generale i, concomitent, a tehnologiilor informa ionale i comunica ionale în procesul educa ional de toate nivelurile.

Aceste probleme generale provoac în cazul disciplinelor matematice i informatice urm toarele probleme de ordin didactic (vezi [11]):

- formarea, studierea i aplicarea conceptului de mul ime la cursurile de matematic ;
- studiul elementelor de logic matematic ;
- studiul dependen elor func ionale i, în general, al rela iilor binare, n -are etc.;
- studiul no iunilor de figur i de transformare geometric ;
- cercetarea i elaborarea structurii logice a curriculumului, secven elor curriculare i manualelor;
- realizarea unor studii privind predarea-în v area-evaluarea anumitor module i secven e informa ionale ale disciplinelor matematice.

Toate acestea reflect dou componente esen iale ale procesului educa ional:

- Ce trebuie s tim?
- Cum s înv m mai eficient?

Cercet torii din domeniul tiin elor educa iei au remarcat faptul c persist , în mod deosebit la copii, o tendin de a construi structuri generale de comportament, de rezolvare algoritmic a anumitor probleme. Pornind de la aceste constat ri, s-a ajuns la fundamentarea unei noi teorii cu noi mijloace de instruire. Este vorba de *pedagogia algoritmic* (vezi [4, 5, 9, 10, 12]).

Instruirea algoritmică a apărut din cele mai vechi vremuri. Manuscrisele Rhind din Londra, din Moscova și alte surse străvechi cuprind instrucțiuni de rezolvare cu conținut algoritmic a unor tipuri de probleme (vezi [1]). Algoritmul este un ir finit bine ordonat de operații prin intermediul cărora se obține din datele inițiale un anumit rezultat. Cu ajutorul algoritmilor se rezolvă diverse tipuri de probleme. Rezolvarea ecuațiilor de gradul $n \leq 4$ poate fi efectuată cu ajutorul unui algoritm. Este bine cunoscut algoritmul lui Euclid de calculare a celui mai mare divizor comun a două numere naturale. Limbajul logico-matematic a fost fondat în remarcabila lucrare „*Logica*” a lui Aristotel (vezi [7, 8]).

O componentă esențială a noii teorii pedagogice, conturată de problemele generale $A-F$, este *instruirea programată* (vezi [1, 4, 5, 12]), care a deschis calea către noi tehnici de instruire. Instruirea programată are ca scop propunerea unei soluții noi a problemei tuturor civilizațiilor umane: creșterea eficienței învățării. Instruirea programată face progrese pe măsură ce cibernetica și informatica prind tot mai adânc în cercetarea psiho-pedagogică, în general, în toate domeniile vieții cotidiene. Experiențele colare au furnizat suficiente dovezi cu privire la avantajele aplicării acestei noi tehnici de învățare.

Programarea liniară constituie un capitol important al cercetărilor operaționale, cu o largă aplicare în practică. Problemele de programare liniară urmăresc minimizarea deviațiilor față de obiective, în condițiile satisfacerii restricțiilor impuse. Inițial, instruirea programată a fost formulată pe baza postulatelor psihologiei behavioriste, îndeosebi a teoriei condiționării operante a lui B. F. Skinner [4, 5] din perspectiva teoriei generale a sistemelor dinamice cu comandă și control. Această descoperire a făcut posibilă aplicarea metodelor matematicii, ciberneticii și informaticii moderne în procesul pedagogic. Programarea liniară a fost dezvoltată, din punct de vedere psiho-pedagogic, în lucrările lui Skinner (vezi [1, 4]), care a propus următoarea structură de proiectare a secvențelor de instruire:

- (a) informarea elevului;
- (b) prezentarea sarcinii didactice;
- (c) rezervarea spațiului și a timpului necesar pentru îndeplinirea sarcinii;
- (d) oferirea variantei de răspuns corect, necesar pentru evaluarea fiecărui „pas”.

Parcursul unui „pas” implică parcursul unei sau a mai multor secvențe de instruire. Reușita elevului presupune întărirea pozitivă a răspunsului, care susține trecerea la un nou pas de instruire. Mai târziu, după 1970, N. A. Crowder a dezvoltat conceptul de *programare ramificată*, care prezintă o variantă a noțiunii generale de programare sau optimizare neliniară și care prevede acțiuni suplimentare de corectare în cazul unui răspuns negativ.

Instruirea programată și pedagogia algoritmică sunt numai o premisă a instruirii asistate de calculator. Instruirea programată, calculatorul și internetul sunt premise pentru un învățământ eficient de orice tip (cu frecvență la zi, cu frecvență redusă sau la distanță).

Probleme generale ale didacticii matematicii

Diverse probleme ale didacticii matematicii au fost formulate și analizate în [11]. Interesul față de aceste probleme este cauzat de următoarele motive:

- necesitatea colaborării dintre specialiști din domeniile matematicii fundamentale, ale didacticii și psihopedagogiei matematicii;
- tendința actuală orientată spre crearea unui spațiu educațional european unic;
- necesitatea păstrării tradițiilor și patrimoniului cultural național.

Vom formula doar unele probleme, care rămân să fie actuale și investigate, din punctul de vedere al didacticii matematicii, insuficient la momentul de față:

Problema I. Modernizarea și perfecționarea curriculum-ului la disciplinele matematice.

Toate eforturile din ultimii douăzeci de ani nu au condus la un rezultat pozitiv în eficientizarea studierii matematicii în învățământul preuniversitar. Lipsa colaborării dintre specialiști care ar trebui să aibă drept scop formularea principiilor generale privind selectarea conținuturilor matematice pornind de la necesitățile practicii cotidiene și ale realizării obiectivelor interdisciplinare. Nu este elaborat un curriculum la matematică pentru ciclurile de studii universitare la diferite profiluri (matematică, informatică, științe tehnice, naturale, socio-umane, etc.).

Problema I generează următoarele trei probleme.

Problema 1. Este necesară elaborarea și introducerea noilor standarde educaționale în pregătirea specialiștilor de înaltă calificare.

Problema 2. Este necesară elaborarea și perfecționarea manualelor. Manualele colare urmează să fie testate experimental pe eșantioane restrânse. Ulterior urmează să fie modificate în funcție de obiecțiile experimenterilor. Și abia după aceasta trebuie introduse în toate instituțiile de învățământ.

Problema 3. Trebuie regândit procesul de pregătire și perfecționare a cadrelor didactice de înaltă calificare.

Este necesară intensificarea cercetărilor în scopul soluționării următoarelor probleme.

Problema II. Elaborarea și implementarea noilor tehnologii educaționale.

Problema III. Elaborarea și implementarea tehnologiilor informaționale și comunicaționale în învățământul matematic.

Problema IV. Studiarea particularităților psiho-pedagogice ale învățării matematicii.

Problema V. Elaborarea formelor, metodelor și resurselor adecvate realizării învățământului diferențiat (după profiluri și nivelul de dezvoltare, incluzând nivelul copiilor dotați).

Problema VI. Reflectarea noilor realizări din domeniul matematicii în procesul de instruire.

Problema VII. Utilizarea elementelor de istorism în procesul de predare a matematicii.

Problema VIII. Elaborarea seturilor de exerciții, teste și recomandări metodice pentru predarea unor teme, module și compartimente dificile de la cursurile de matematică.

Problema IX. Crearea centrelor inter-universitare în domeniul didacticii și psihopedagogiei matematicii.

Problema X. Elaborarea materialelor didactice pentru învățământul universitar cu frecvență redusă și la distanță.

Felix Klein menționează că în secolul al 19-lea cercetările fundamentale în domeniul matematicii nu pot fi finalizate definitiv și, prin urmare, nu poate fi stabilită o origine care să servească drept punct inițial de predare a matematicii. Schimbările permanente (noile rezultate științifice, noile tehnologii educaționale, noile concepte educaționale) impun modificări esențiale curriculare în ceea ce privește toate componentele procesului instructiv-educativ în școală: metodele de predare-învățare-evaluare, conținuturile, finalitățile, rolul actorilor implicați în acest proces etc. În consecință, multe din problemele didacticei rămân actuale și după soluționarea lor în condițiile existente.

Bibliografie

1. Berinde A. *Instruirea programată*, Editura Facla, Timișoara, 1979.
2. Ciobanu M.M., Valu I. I. *Elemente de istorie a matematicii și matematica în Republica Moldova*. Chișinău, Tipogr. A.M., 2006.
3. Marcus S. *Ce matematică se învață azi în România?* Curtea de Argeș, 7, Iulie 2011. p. 3.
4. Skinner B. F. *Technology of Teaching*, Index, 1968.
5. Skinner B. F. *Revoluția științifică a învățământului*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1971.
6. Stanciu I. Gh. *O istorie a pedagogiei universale și românești până la 1900*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.
7. Tarski A. *Logic, Semantics, Mathematics*, Oxford, 1983 (prima ediție, 1956).
8. Wittgenstein L. *Tractatus Logico-Philosophicus*, London, 1922.
9. _____ . _____ , 1967.
10. _____ . _____ , 1966.
11. _____ . „_____” . _____ .
_____ . Materialele conferinței științifice “Science and Education: the present stage problems and perspectives of the development”, 28-30 October, 2003, Chișinău, Elan Poligraf, 2003, 73-75.
12. _____ . _____ , _____ , 1976.