

## LEGĂTURI INTERDISCIPLINARE ÎN PREGĂTIREA PROFESORILOR DE FIZIC

Eugen GHEORGHI , Boris KOROLEVSKI,  
Victoria MELINTE, Pantelei UNTIL

Universitatea de Stat din Tiraspol cu sediul la Chișinău

**Abstract:** *In this paper we analyze the practice of using interdisciplinary links in teaching electromagnetism and the role of complex numbers in the calculation of electric circuits of sinusoidal current.*

Problema obiectivelor interdisciplinare este o verigă importantă în realizarea standardelor educaționale și ocupă un loc deosebit în planurile de studii ale învățământului pedagogic superior. Aceste obiective contribuie, în cadrul specialităților: Fizică și matematică, Fizică și informatică, Fizică și astronomie, Chimie și fizică, Matematică și fizică, la formarea unui set important de competențe necesare profesorului

de fizic . Matematica ocupă un loc decisiv în cadrul fizicii. De exemplu, la cursurile de electromagnetism și de electrotehnic se cere calcularea circuitelor de curent continuu și de curent sinusoidal: circuite simple, circuite complicate, precum și circuite logice ce stau la baza matematicii a calculatorului. În diferite probleme de calcul a circuitelor electrice pentru operativitatea cu succes se aplică reprezentarea în complex a amplitudinilor sinusoidale.

În lucrarea de față se prezintă rezultatele experimentului pedagogic realizat pe parcursul a mai multor ani la catedra *Fizică teoretică și experimentală*, facultatea *Fizică, Matematică și Tehnologii Informaționale* din cadrul Universității de Stat din Tiraspol la predarea cursurilor *Electromagnetism și Electrotehnic*. La calcularea circuitelor electrice se aplică, în cadrul experimentului, numerele complexe. Se analizează aplicarea numerelor complexe la rezolvarea problemelor din cadrul compartimentului „Circuite RLC paralel de curent alternativ-sinusoidal. Diagrame fazoriale”. Din punct de vedere teoretic, la calcularea acestor circuite se aplică calculul numeric și geometric, însă aceste metode se aplică la calcularea unor circuite simple RCL când sunt date câte un singur element în ramura circuitului, nu sunt propuse probleme cu mai multe elemente în ramura circuitului curentului sinusoidal paralel, nu se analizează când se aplică o metodă sau alta, nimic nu se vorbește despre eficiența calculurilor, la fel nu se accentuează în ce caz se aplică metodele enunțate. Această lucrare completează lacunele enunțate în baza diferitelor exemple alcătuite de autor și utilizate în cadrul orelor predate. Propun analiza unor exemple.

### Exemplul 1.

Circuitul electric este reprezentat în fig. 1: la bornele circuitului se aplică o tensiune efectivă de 40V. Parametrii circuitului:  $R_1 = 3\Omega$ ,  $X_{L_1} = 4\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $X_{L_2} = 4\Omega$ . De determinat rezistența totală (impedanța circuitului), folosind legea curentului staționar și utilizând numerele complexe. De construit diagrama fazorială din care trebuie obținut, la fel, valoarea impedanței circuitului.

Rezolvare:

1. Calculăm impedanța fiecărei ramuri (fig. 1).

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} = \sqrt{9 + 16} = 5\Omega \quad (1)$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L_2}^2} = \sqrt{9 + 16} = 5\Omega \quad (2)$$

Deci avem

$$Z_1 = Z_2 = 5\Omega \quad (3)$$

Folosind relațiile la gruparea în paralel pentru circuitele de curent continuu cu două ramuri, obținem

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} = 2,5\Omega \quad (4)$$

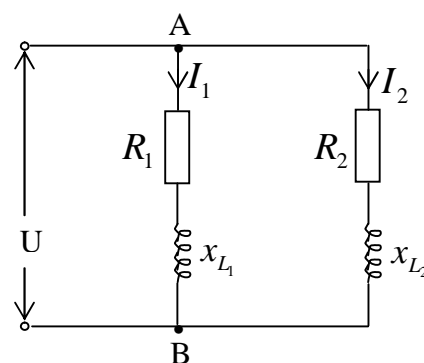


Figura nr. 1

2. Calculăm impedanța a circuitului (fig. 1), folosind numerele complexe. În acest caz procedăm astfel: pentru fiecare ramură a circuitului obținem:

$$\dot{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} = 3 + j4(\Omega) \quad (5)$$

$$\dot{Z}_2 = R_2 + jX_{L_2} = 3 + j4(\Omega) \quad (6)$$

Introducând relațiile (5) și (6) în (4), obținem

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{(3 + j4)(3 + j4)}{(3 + j4) + 3 + j4} = \frac{9 + j12 + j12 - 16}{6 + j8} = \frac{-7 + j24}{6 + j8} = \frac{-(7 - j24)(6 - j8)}{36 + 64} = \\ &= \frac{-(42 - j56 - j144 - 192)}{100} = \frac{150 + j200}{100} = 1,5 + j2 \\ Z &= \sqrt{(1,5)^2 + 2^2} = \sqrt{2,25 + 4} = 2,5(\Omega) \end{aligned} \quad (7)$$

Observăm că obținem același rezultat ca și în punctul 1.

3. Verificăm prin a treia metodă de calcul a impedanței. Din relația 3, adică  $Z_1 = Z_2 = 5\Omega$ , obținem

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{z_1} = \frac{U}{z_2} = \frac{40}{5} = 8A \quad (8)$$

4. Pentru circuitul total la gruparea în paralel a două ramuri din electricitate este cunoscut relația:

$$I = \sqrt{(I_{a_1} + I_{a_2})^2 + (I_{r_1} + I_{r_2})^2} \quad (9)$$

unde  $I_{a_1}, I_{a_2}$  – curenții activi pe ramurile respective;

$I_{r_1}, I_{r_2}$  – curenții reactivi pe acele două ramuri.

Din electrotehnică sunt cunoscute de asemenea următoarele relații:

$$\begin{aligned} I_{a_1} &= I_1 \cos \{\zeta_1\} & \cos \{\zeta_1\} &= \frac{R_1}{z_1} = \frac{3}{5} \\ I_{r_1} &= I_1 \sin \{\zeta_1\} & \sin \{\zeta_1\} &= \frac{x_{L_1}}{z_1} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Obținem

$$I_{a_1} = 8 \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{5} = 4,8A \quad (10)$$

$$I_{r_1} = 8 \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{5} = 6,4A \quad (11)$$

Analog calculăm intensitățile  $I_{a_2}$  și  $I_{r_2}$  în ramura a doua din figura 1.

$$I_{a_2} = I_2 \cos \{\phi_2 \quad \cos \{\phi_2 = \frac{R_2}{z_2} = \frac{3}{5}$$

$$I_{r_2} = I_2 \sin \{\phi_2 \quad \sin \{\phi_2 = \frac{x_{L_2}}{z_2} = \frac{4}{5}$$

$$I_{a_2} = 4,8A \quad (12)$$

$$I_{r_2} = 6,4A \quad (13)$$

Introducând relațiile (10), (11), (12) și (13) în (9) obținem:

$$I = \sqrt{(4,8 + 4,8)^2 + (6,4 + 6,4)^2} = \sqrt{(9,6)^2 + (12,8)^2} = \sqrt{92,16 + 163,84} = \sqrt{256} = 16A$$

5. Se cunoaște impedanța circuitului

$$z = \frac{U}{I} = \frac{40}{16} = 2,5\Omega \quad (14)$$

Observăm că toate trei metode diferite utilizate pentru calcularea impedanței ne dau aceleași rezultate. Metoda numerelor complexe este mai bogată în conținut fizic și este posibilă de programare la calculator a calculelor.

Diagrama fazorial (vectorial) este redată în figura 2. Tehnologia de construire a diagramelor fazoriale pentru diferite circuite este descrisă în lucrările [1] și [2].

Analizăm un exemplu când rezistențele în ramuri nu sunt egale (un circuit neomogen).

**Exemplul 2.** Schema circuitului este reprezentată în figura 3. Se aplică o tensiune efectivă de 40V. Parametrii circuitului sunt  $R_1 = 4\Omega$ ,  $X_{L_1} = 3\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $X_{L_2} = 8\Omega$ . De determinat impedanța circuitului, folosind legile curentului staționar și aplicând metoda de calcul cu utilizarea numerelor complexe. De construit diagrama fazorială.

Rezolvare:

1. Calculăm impedanța fiecărei ramuri (fig. 3).

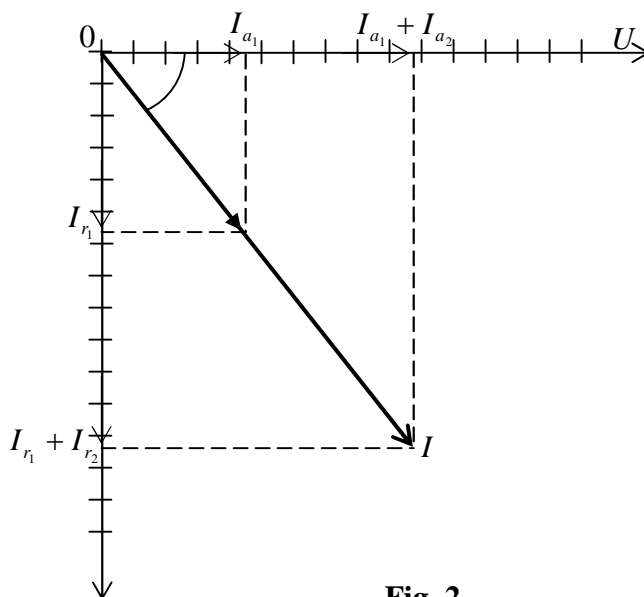


Fig. 2

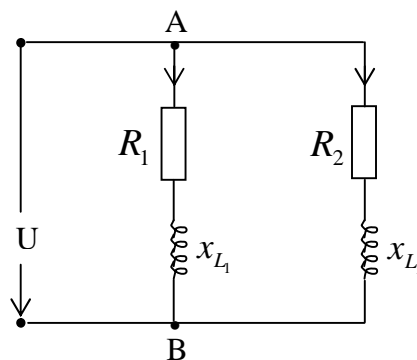


Figura nr. 3

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} = \sqrt{16 + 9} = 5\Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L_2}^2} = \sqrt{36 + 64} = 10\Omega$$

Avem c  $Z_1 \neq Z_2$ .

Folosind relațiile la gruparea în paralel pentru circuitele de curent continuu alcătuite din două ramuri:

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} = 3,33(\Omega) \quad (1)$$

2. Calculăm impedanța circuitului (figura nr. 3), folosind numerele complexe. În acest caz pentru fiecare ramură a circuitului, avem:

$$\dot{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} = 4 + j3(\Omega) \quad (2)$$

$$\dot{Z}_2 = R_2 + jX_{L_2} = 6 + j8(\Omega) \quad (3)$$

Introducând relațiile (2) și (3) în (1), obținem:

$$\dot{Z} = \frac{(4 + j3)(6 + j8)}{(3 + j4) + 3 + j4} = \frac{24 + j32 + j18 - 24}{10 + j11} = \frac{j50(10 - j11)}{(10 + j11)(10 - j11)} = 2,49 + j2,26(\Omega)$$

$$Z = \sqrt{5,11 + 6,2} = 3,36(\Omega) \quad (4)$$

Observăm că obținem același rezultat ca și în punctul 1.

3. Verificăm prin a treia metodă de calcul a impedanței. Din fig. 3, calculăm intensitățile în fiecare ramură

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{40}{5} = 8A \quad (5)$$

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{40}{10} = 4A \quad (6)$$

4. Din electrotehnică se cunoaște următoarea relație:

$$I = \sqrt{(I_{a_1} + I_{a_2})^2 + (I_{r_1} + I_{r_2})^2}, \quad (\text{vezi exemplul 1}) \quad (7)$$

$$I_{a_1} = I_1 \cos \{\}_1 \quad \cos \{\}_1 = \frac{R_1}{z_1} = \frac{4}{5}$$

$$I_{r_1} = I_1 \sin \{\}_1 \quad \sin \{\}_1 = \frac{x_{L_1}}{z_1} = \frac{3}{5}$$

Obținem

$$I_{a_1} = 8 \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{5} = 6,4A \quad (8)$$

$$I_{r_1} = 8 \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{5} = 4,8A \quad (9)$$

Pentru ramura a doua, avem

